Конкурс научно-исследовательских работ обучающихся общеобразовательных учреждений на соискание премии имени А.С. Поплаухина

Общеобразовательная дисциплина: математика

Тема: «Математические софизмы и парадоксы»

Автор: Самохвалов Дмитрий, ученик 10 «А»
МАОУ СОШ № 8.
Руководитель: Данилова Лидия Ефимовна,
учитель математики МАОУ СОШ № 8

г. Красноуральск
2015 г.

Содержание

Введение

Элемент игры, который делает занимательную математику занимательной, может иметь форму головоломки, состязания, фокуса, парадокса, ошибочного рассуждения или обычной математической задачи с «секретом» - каким-либо неожиданным или забавным поворотом мысли. Относятся все ли эти случаи к чистой или прикладной математике, решить трудно. С одной стороны, занимательную математику, безусловно, следует считать чистой математикой без малейшей примеси утилитарности. С другой стороны, она, несомненно, относится к прикладной математике, ибо отвечает извечной человеческой потребности в игре.

Вероятно, такая потребность в игре лежит в основе даже чистой математики. Не так уж велико различие между восторгом неофита, сумевшего найти ключ к сложной головоломке, и радостью математика, преодолевшего еще одно препятствие на пути к решению сложной научной проблемы. И тот и другой заняты поисками истинной красоты - того ясного, чётко определенного, загадочного и восхитительного порядка, что лежит в основе всех явления. Не удивительно, потому что чистую математику порой трудно отличить от занимательной. Так, в топологии проблема четырёх красок, несмотря на свою важность, всё еще остаётся нерешённой, хотя ей посвящена не одна страница во многих книгах по занимательной математике. Никто не станет отрицать, что флексагоны - игрушки весьма занимательные, тем не менее анализ их структуры очень скоро упирается в необходимость использования высших разделов теории групп, и статьи о флексатонах можно встретить на страницах многих сугубо специальных математических журналов.

Математики творческого склада обычно не стыдятся своего интереса к занимательным задачам и головоломкам. В конце концов, что такое математика, как не систематические попытки найти все лучшие и лучшие ответы на те головоломки, которые ставит перед нами природа?

В истории развития математики софизмы и парадоксы играли существенную роль. Они способствовали повышению строгости в математических рассуждениях и содействовали более глубокому уяснению понятий и методов математики. Роль софизмов и парадоксов в развитии математики сходна с той ролью, какую играли непреднамеренные ошибки в математических доказательствах, допускаемые даже выдающимися математиками.

Большинство софизмов и парадоксов известно очень давно, их можно найти в различных сборниках, журналах. Некоторые из них передаются устно из поколения в поколение. Применение софизмов и парадоксов на уроках математики могли бы помочь, на мой взгляд, разнообразить уроки и вызвать интерес учащихся к предмету.

Целью моего проекта является всесторонний анализ понятий "софизмы" и "парадоксы", установление связи между софистикой и математикой, влияние софизмов на развитие логики.

Задачи:

1. Познакомиться с софизмами и парадоксами.
2. Дать определение понятиям «софизм» и «парадокс».
3. Понять, в чем сходство и различие между ними, понять, как найти в них ошибку.

1. Теоретическая часть

1.1. Определение понятий «софизм» и «парадокс»

СОФИЗМ (От греческого «мастерство, умение, хитрая выдумка, уловка, мудрость») - ложное высказывание, которое, тем не менее, при поверхностном рассмотрении кажется правильным. Софизм основан на преднамеренном, сознательном нарушении правил логики. Это отличает его от паралогизма и апории, которые могут содержать непреднамеренную ошибку, либо вообще не иметь логических ошибок, но приводить к явно неверному выходу.

Софистами называли группу древнегреческих философов, 4-5 в. До н.э., достигших большого искусства в логике. В период падения нравов древнегреческого общества (5 в.) появляются, так называемые, учителя красноречия, которые целью своей деятельности считали и называли приобретение и распространение мудрости, в следствие чего они именовал себя софистами.

ПАРАДОКС (с греческого «пара» - против, «докса» - мнение) близок к софизму. Но от него он отличается тем, что это не преднамеренно полученный противоречивый результат. Парадокс - странное, расходящееся с общественным мнением, высказывание, а также мнение, противоречащее (иногда только на первый взгляд) здравому смыслу.

1.2. История софизмов и парадоксов

Софистами называли группу древнегреческих философов 4-5 века до н.э., достигших большого искусства в логике. Тем не менее, в Греции софистами называли и простых ораторов, философов, учителей, задачей которых было научить своих учеников «мыслить, говорить и делать». Чтобы выйти победителем в словесном поединке, софисты часто пользовались тем, что противник недостаточно глубоко знает предмет, о котором идет речь, недостаточно внимателен и наблюдателен, и поэтому не в состоянии отличить ложь от истины. В результате словесного поединка противник должен был согласиться с доводами софиста и признать себя побежденным, хотя истина, казалось, была на его стороне. Но софисты не были учеными. Умение, которое должно было быть достигнуто с их помощью, заключалось в том, что человек учился иметь в виду многообразные точки зрения.

Парадоксы были типичными способами постановки вопроса в античном мышлении. За свою историю математика испытала три сильнейших потрясения, три кризиса, которые касались ее основ. И все три сопровождались обнаружением парадоксов.

Первый кризис разразился еще в древности и был вызван открытием факта несоизмеримости величин. Другими словами две однородные величины, выражающие длины или площади, являются соизмеримыми, если они обладают так называемой общей мерой. Парадокс состоял в том, что по отдельности каждая из несоизмеримых величин – и диагональ и сторона квадрата – может быть измерена и количественно точно определена. Однако выразить их длины через отношения друг к другу посредством имевшихся тогда чисел не удавалось. Этот парадокс удалось преодолеть путём введения в математику √ (квадратного корня).

Очередная катастрофа произошла в XVII-XVIII вв. В этот раз дело касалось истолкования бесконечно малых величин. Бесконечно малые – это переменные величины, стремящиеся к нулю, точнее, как было показано позже, стремящиеся к пределу, равному нулю. Кризис возник в силу расплывчатого понимания бесконечно малого. В одних случаях оно приравнивалось к нулю и при вычислениях отбрасывалось, в других же – принималось как значение, отличное от нуля. Причина столь противоречивого подхода к бесконечно малым объясняется тем, что их рассматривали в качестве постоянных величин, В силу этого бесконечное понималось как нечто завершенное, имеющееся налицо, данное всеми своими элементами.

Выход из кризиса был найден созданием теории пределов, окончательно построенной в начале XIX века известным французским математиком О. Коши.

Бесконечно малые – это величины, которые существуют лишь как постоянно изменяющиеся, стремящиеся к пределу, но никогда его не достигающие.

Величины не застывают в каких-либо одних конкретных значениях. Они постоянно изменяются, приближаясь к нулю, но и не превращаясь в нуль.

Последний кризис имел место на рубеже XIX-XX веков. Понятие «множество» или «класс», «совокупность» – простейшее в математике. Оно не определяется, а поясняется примерами. Можно говорить о множестве всех книг, составляющих данную библиотеку, множестве всех точек данной прямой и т.д. Далее вводится понятие «принадлежать», то есть «быть элементом множества». Так, книги, точки являются элементами соответствующих множеств. Для определения множества необходимо указать свойство, которым обладают все его элементы.

С появлением теории множеств казалось, что математика обретает ясность и законченность. Однако и здесь нашлось место парадоксу. В 1902 году молодой английский логик Б. Рассел обратил внимание на противоречивость исходных позиций понятия множества.

Дело в том, что множество (класс) есть совокупность объектов, которые и составляют элементы данного множества. Поскольку само множество тоже объект, как и его элементы, то вставал вопрос, является ли множество элементом самого себя, то есть, принадлежит ли оно к числу элементов собственного класса? Выяснилось, что есть два вида классов. Одни содержат себя в качестве собственного элемента. Например, класс списков. Его элементами являются конкретные списки. Скажем, список книг какой-либо библиотеки, список студентов некоторой группы и т.д. Но и сам класс оказывается в числе своих элементов, потому что список списков есть также список. Аналогично и каталог каталогов есть каталог.

Осмысление логических ошибок, которые содержались в софизмах, было важным моментом в развитии логики и культуры вообще. В то же время деятельность софистов сыграла важную историческую роль – в том повороте философской мысли от общих проблем Вселенной (космоса, мироздания) к проблемам человеческой жизни, человеческих отношений.

Этот поворот философской мысли обосновывает Сократ с его положением "Познай самого себя". Радикальное отличие Сократа от софистов заключается в том, что Сократ убежден в необходимости общих, объективных истин для всех людей. Однако, он не считает себя обладателем подобных истин. Он только помогает истине родиться в ходе диалога или коллективного обсуждения какого-либо вопроса ("Я знаю, что ничего не знаю,… но мое отличие, что я могу это осознать").

Сократ полагает, что познание сущности вещей – это познание общих понятий. В сократовских диалогах и выявляется некоторое содержание общих понятий. У Сократа нет логической схемы, он отталкивается от обычных представлений, показывая, что они ограничены. Дальше логическая индукция – восхождение от частного к общему.

Какие выводы для логики следуют из существования парадоксов? Прежде всего, наличие большого числа парадоксов говорит о силе логики как науки, а не о ее слабости, как это может показаться. Обнаружение парадоксов не случайно совпало с периодом наиболее интенсивного развития современной логики и наибольших ее успехов.

Только современная логика извлекла из забвения саму проблему парадоксов, открыла или переоткрыла большинство конкретных логических парадоксов. Она показала далее, что способы мышления, традиционно исследовавшиеся логикой, совершенно недостаточны для устранения парадоксов, и указала принципиально новые приемы обращения с ними.

Парадоксы ставят важный вопрос: в чем, собственно, подводят нас некоторые обычные методы образования понятий и методы рассуждений? Ведь они представлялись совершенно естественными и убедительными, пока не выявилось, что они парадоксальны.

Парадоксами подрывается вера в то, что привычные приемы теоретического мышления сами по себе и без всякого особого контроля за ними обеспечивают надежное продвижение к истине.

Значение софизмов и логических парадоксов для развития науки и человеческого мышления очень велико. Именно с их появлением зарождались ростки современной логики, которой посвящено множество различной литературы. На современном этапе логика широко изучается, входит обязательную программу ВУЗов.

1.3. Математические софизмы

Математический парадокс можно определить как истину, настолько противоречащую нашему опыту, интуиции и здравому смыслу, что в нее трудно поверить даже после того, как мы шаг за шагом проследим всё её доказательство. Математическим софизмом принято называть утверждения в доказательствах которых кроются незаметные, а подчас и довольно тонки ошибки. В любой области математики - от простой арифметики до современной теоретико-множественной топологии - есть свои псевдодоказательства, свои софизмы. В лучших из них рассуждения с тщательно замаскированной ошибкой позволяют приходить к самым невероятным заключениям. Ошибкам в геометрических доказательствах Евклид посвятил целую книгу, но до наших дней она не дошла, и нам остается лишь гадать о том, какую невосполнимую утрату понесла из-за этого элементарная математика.

Наш первый софизм чрезвычайно элементарен. Мы предпошлем ему занимательный парадокс, на примере которого великий немецкий математик Давид Гильберт любил объяснять необычные свойства наименьшего из трансфинитных чисел «алеф-нуль». Как-то раз хозяину одной великолепной гостиницы с бесконечным, но счетным числом номеров, ни один из которых не был свободен, нужно было принять нового гостя. Хозяин вышел из положения очень просто: каждого из своих постояльцев он переселил в комнату, номер которой был на единицу больше номера прежней комнаты в результате чего обитатель n-й комнаты переехал в (п+1)-ю и освободил для нового гостя самую первую комнату. Как может поступить хозяин, если прибудет бесконечно много новых гостей? Ничуть не смущаясь, хозяин переселяет всех своих прежних постояльцев в комнаты с вдвое большими номерами (гость из комнаты 1 переезжает в комнату 2, гость из комнаты 2 - в комнату 4, гость из комнаты 3 - в комнату б, гость из комнаты 4 - в комнату 8 и т.д.) и размещает вновь прибывших в освободившихся комнатах с нечетными номерами.

Но так ли необходимо хозяину иметь счетное число комнат для того, чтобы разместить новых гостей? В приведенных ниже стишках, взятых из одного английского журнала, выходившего в прошлом веке, рассказывается о хитром хозяине гостиницы, Сумевшем разместить в девяти номерах десять гостей так, что каждому из них досталось по отдельной комнате.

СОФИЗМ №1

Их было десять чудаков,
Тех спутников усталых,
Что в дверь решили постучать
Таверны «Славный малый».
- Пусти, хозяин, ночевать,
Не будешь ты в убытке,
Нам только ночку переспать,
Промокли мы до нитки.
Хозяин тем гостям был рад,
Да вот беда некстати:
Лишь девять комнат у него
И девять лишь кроватей.
- Восьми гостям я предложу

Постели честь по чести,
А двум придется ночь проспать
В одной кровати вместе.
Лишь он сказал, и сразу крик,
От гнева красны лица.
Никто из всех десятерых
Не хочет потесниться.
Как охладить страстей тех пыл,
Умерить те волненья?
Но старый плут хозяин был
И разрешил сомненья.
Двух первых путников пока,
Чтоб не судили строго,
Просил пойти он в номер «А»
И подождать немного.
Спал третий в «Б», четвертый в «В»,
В «Г» спал всю ночь наш пятый,
В «Д», «Е», «Ж», «З» нашли ночлег
С шестого по девятый.
Потом, вернувшись снова в «А»,
Где ждали его двое,
Он ключ от «И» вручить был рад
Десятому герою.
Хоть много лет с тех пор прошло,
Неясно никому,
Как *смог хозяин разместить*
Гостей по одному.
Иль арифметика стара,
Иль чудо перед нами,
Понять, что, как и почему,

Вы постарайтесь сами.

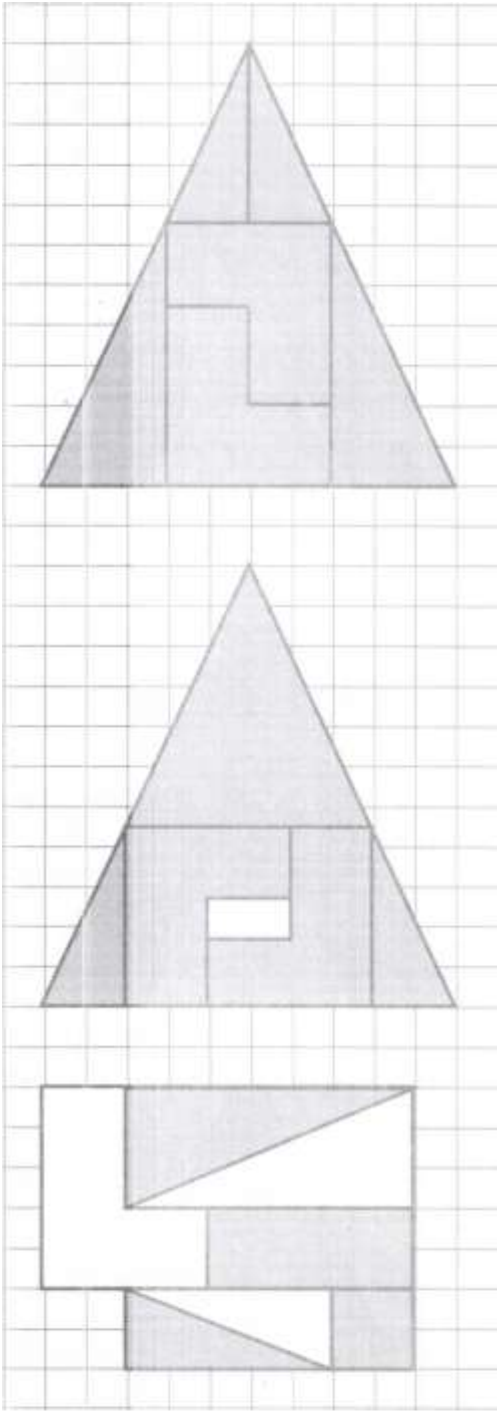
СОФИЗМ №2

Примером более тонкого математического софизма служит следующее «алгебраическое» доказательство того, что любое число a равно меньшему числу b.

Начнем с равенства: $a=b+c$. Умножив обе его части на $a-b$, получим: $a^2-ab=ab+ac-b^2-bc$. Перенесем ac в левую часть: $a^2-ab-ac=ab-b^2-bc$. И разложим на множители: $a(a-b-c)=b(a-b-c)$. Разделив обе части равенства на $a-b-c$, найдем $a=b$, что и требовалось доказать.

СОФИЗМ №3

В планиметрии большая часть ошибочных доказательств связана использованием неправильных чертежей. Рассмотрим, например, удивительное «доказательство» того, что площадь лицевой стороны многоугольника, вырезанного из бумаги, отличается от площади оборотной стороны того же многоугольника. Эта «доказательство» придумано врачом-психиатром Л.Восбургом Лионсом, в нем используется



один любопытный принцип, недавно открытый П. Кирри.

Прежде всего начертим на листе бумаги в клетку треугольник, площадь которого равна 60-ти клеткам, и разрежем его вдоль прямых, показанных на верхнем рисунке. Перевернув части треугольника на другую сторону и, составив из них треугольник, изображенный на рисунке, в середине, мы обнаружим, что в центре нового треугольника появилась дырка, площадью две клетки. Иначе говоря, суммарная площадь частей исходного треугольника при переворачивании уменьшилась до 58-и клею! Перевернув еще раз, (лицевой стороной вверх) лишь три части исходного треугольника, мы можем составить из всех 6-ти частей фигур: изображенную на рисунке внизу. Ее площадь равна 59-ти клеткам. Что-то здесь не так, это ясно, но что именно?

СОФИЗМ №4

«Два неодинаковых натуральных числа равны между собой»

Решим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y = 6, \\ y = 4 - \dfrac{x}{2} \end{cases}$$

Сделаем это подстановкой у из 2го уравнения в 1, получаем *x+8-x=6*, откуда

$$\underline{8=6}$$

Где же ошибка?

Уравнение (2) можно записать как x+2y=8, так что исходная система запишется в виде:

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

В этой системе уравнений коэффициенты при переменных одинаковы, а правые части не равны между собой, из этого следует, что система несовместна, т.е. не имеет ни одного решения. Графически это означает, что прямые $y=3-\frac{x}{2}$ и $y=4-\frac{x}{2}$ параллельны и не совпадают. Перед тем, как решать систему линейных уравнений, полезно проанализировать, имеет ли система единственное решение, бесконечно много решений или не имеет решений вообще.

СОФИЗМ №5

«Уравнение х-а=0 не имеет корней»

Возьмем уравнение: *х-а=0*

Разделив обе его части на х-а, получим:

$$\frac{x-a}{x-a}=\frac{0}{x-a}$$

Откуда сразу же получаем требуемое равенство:

1=0

Где ошибка?

Ошибка заключается в деление на нуль.

СОФИЗМ №6

Известно, что любые два равенства можно перемножить почленно, не нарушая при этом равенства, т.е. если a=b и c=d, то ac=bd. Применим это положение к двум очевидным равенствам: 1 рубль = 100 копейкам и 10 = 1000 копеек. Перемножая эти равенства почленно, получим, 10 рублей = 100000 копеек, и разделив последнее равенство на 10, получим, что 1 рубль = 10000 копеек. Таким образом, один рубль не равен ста копейкам.

СОФИЗМ №7

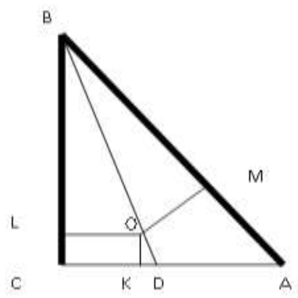
Напишем тождество 4:4=5:5. Вынесем из каждой части тождества общие множители за скобки, получаем: 4(1:1)=5(1:1) или иначе 2*2=5. Так как 1:1=1, то сократим и получим 4=5.

СОФИЗМ №8

«Катет равен гипотенузе»

Угол С равен 90˚, ВД - биссектриса угла СВА, СК = КА, ОК перпендикулярна СА, О - точка пересечения прямых ОК и ВД, ОМ перпендикулярна AB, OL перпендикулярна BC. Имеем: треугольник LBO равен треугольнику MBO, BL = BM, OM = OL = CK = KA, треугольник KOA равен треугольнику OMA (OA - общая сторона, KA = OM, угол OKA и угол OMA - прямые), угол OAK = углу MOA, OK = MA = CL, BA = BM + MA, BC = BL + LC, но BM = BL, MA = CL, и потому BA = BC.

8



Где ошибка?

Ошибка заключается в том, что рассуждения, о том, что катет равен гипотенузе, опирались на ошибочный чертеж. Точка пересечения прямой, определяемой биссектрисой BD и серединного перпендикуляра к катету AC, находится вне треугольника ABC.

СОФИЗМ №9

«Все треугольники равнобедренные»

Докажем, что все треугольники равнобедренные.

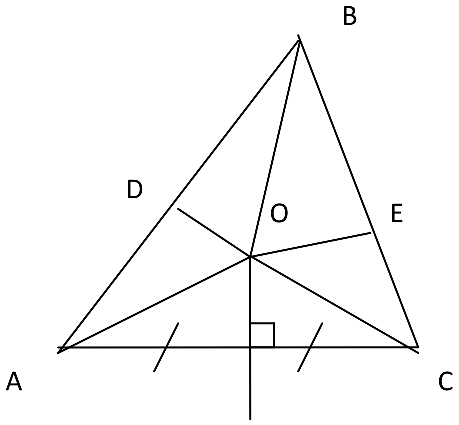
Рассмотрим произвольный треугольник ABC. Проведем в нем биссектрису $\angle B$ и серединный перпендикуляр к стороне AC. Точку их пересечения обозначим через O. Из точки O опустим перпендикуляр OD на сторону AB и перпендикуляр OE на сторону BC. Очевидно, что $OA=OC$ и $OD=OE$. Тогда прямоугольный треугольник $AOD= COE$

(по катету и гипотенузе). Поэтому $\angle DAO=\angle ECO$.

Но $\angle OAC=\angle OCA$ (треугольник AOC - равнобедренный). Получаем:

$\angle BAC = \angle DAO + \angle OAC = \angle ECO + \angle OCA = \angle BCA$

Итак, $\angle BAC = \angle BCA$, поэтому треугольник ABC - равнобедренный: $AB=BC$.

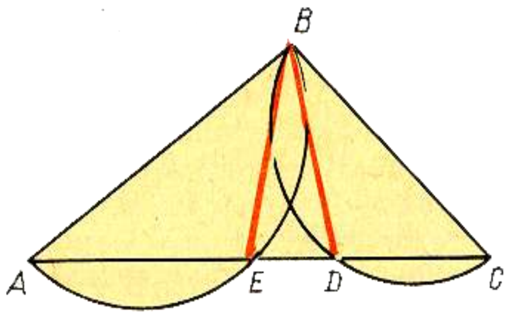


Где ошибка?

Здесь ошибка в чертеже. Серединный перпендикуляр к стороне и биссектриса противоположного ей угла для неравнобедренного треугольника, пересекаются вне этого треугольника.

СОФИЗМ №10

«Через точку на прямую можно опустить два перпендикуляра»



Попытаемся "доказать", что через точку, лежащую вне прямой, к этой прямой можно провести два перпендикуляра. С этой целью возьмем треугольник ABC. На сторонах AB и BC этого треугольника, как на диаметрах, построим полуокружности. Пусть эти полуокружности пересекаются со стороной AC в точках E и Д. Соединим точки E и Д прямыми с точкой B. Угол AEB прямой, как вписанный, опирающийся на диаметр; угол ВДС также прямой. Следовательно, BE перпендикулярна AC и ВД перпендикулярна AC. Через точку B проходят два перпендикуляра к прямой AC.

Где ошибка?

Рассуждения, о том, что из точки на прямой можно опустить два перпендикуляра, опирались на ошибочный чертеж. В действительности полуокружности пересекаются со стороной AC в одной точке, т.е. BE совпадает с BD. Значит, из одной точки на прямой нельзя опустить два перпендикуляра.

Чем же полезны софизмы для изучающих математику?

Разбор софизмов прежде всего развивает логическое мышление. Обнаружить ошибку в софизме это значит осознать ее, а осознание ошибки предупреждает от повторения ее в других математических рассуждениях.

Очень важно добиться отчетливого понимания ошибок, иначе софизмы будут бесполезны. Учащиеся мало знают софизмов, поэтому нужно чаще использовать софизмы на уроках, ведь это увлекательное дело приносит пользу.

СОФИЗМ №11

Логический софизм

Существует английская песенка.

The more you study – the more you know,

The more you know – the more you forget,

The more you forget – the less you know,

The less you know – the less you forget,

The less you forget – the more you know.

Напрашивается вопрос: а зачем вообще учиться?

1.4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРАДОКСЫ

ПАРАДОКС №1

Этот древнегреческий парадокс имеет множество вариаций. Я приведу один из них: человек произносит: «Я лгу».

Он обманывает или говорит правду? С одной стороны, он говорит неправду, так как это утверждает. Но это означает, что он утверждает истину, а, следовательно, лжет.

ПАРАДОКС №2

Имеется утверждение: «Разница между кучей и не кучей не в одном элементе». Возьмем некоторую кучу, например, орехов. Теперь начнем брать из нее по ореху. 50 орехов - куча, 49 орехов - куча, 48 - куча и т.д. Так дойдем до одного ореха, который тоже составит кучу.

ПАРАДОКС №3

В некоторой деревне, в которой живет один единственный парикмахер, был издан указ: «Парикмахер имеет право брить тех и только тех жителей деревни, которые не бреются сами».

Вопрос: Может ли парикмахер брить самого себя?

Если он хочет сам себя брить, то он не может этого сделать, т.к. он можетбрить только тех, кто себя не бреет, если же он не будет себя брить, то, как и все, не бреющие себя, он должен брить самого себя.

Итак, он не может ни брить себя, ни не брить себя!

ПАРАДОКС №4

Парадокс Банаха - Тарского, или парадокс удвоения шара, говорит, что трёхмерный шар равносоставлен двум своим копиям. Разделяя шар на конечное число частей, мы интуитивно ожидаем, что, складывая эти части вместе, можно получить только сплошные фигуры, объём которых равен объёму исходного шара. Однако это справедливо только в случае, когда шар делится на части, имеющие объём. Суть парадокса заключается в том, что в трёхмерном пространстве существуют неизмеримые множества, которые не имеют объёма. Очевидно, что «куски» в таком разбиении не могут быть измеримыми (и невозможно осуществить такое разбиение какими-либо средствами на практике).

ПАРАДОКС №5

Задача о треугольнике.

Дан прямоугольный треугольник 13×5 клеток, составленный из 4 частей. После перестановки частей при визуальном сохранении изначальных пропорций появляется дополнительная, не занятая ни одной частью, клетка.

Разгадка простая: первый треугольник немного "вогнут", а второй - слегка выпуклый. В этом можно убедиться, сравнив наклон гипотенузы синего и жёлтого кусочков: у жёлтого наклон = 0.375, а у синего - 0.4. Получается, что общие площади верхнего и нижнего треугольников всё-таки различаются, а разница как раз составляет одну клетку!

ПАРАДОКС №6

Парадокс «Разность квадратов»

1) $a^2-a^2 = a^2-a^2$ - имеем равенство;
2) $a(a-a) = (a+a)(a-a)$ – в первой части вынесем общий множитель за скобки, а во второй воспользуемся формулой;
3) $a = a+a$ – сократим на общий множитель $(a-a)$;
4) $a = 2a$.

2. **Практическая часть**

У меня появилась идея разработать сценарии математических игр для школьников младшего и среднего звена, где возможно использовать математические софизмы и парадоксы.

Ролевая игра «Сказочное путешествие в мир натуральных чисел» для учащихся 5 классов

События происходят в государстве Математика.

Главные герои:

1. Король – Число
2. Королева – Таблица умножения
3. Числа-великаны: Миллиардер и Миллионер
4. Принцесса Единица
5. Принц Греческий (Число 13)
6. Принц Египетский (Число 7)
7. Принц Вавилонский (Число 3)
8. Злые Силы.

У каждого принца была дружина:

«Вычитание».

Девиз – Нельзя забывать вычитание. Чтоб в бою не потратился день, из суммы старанья и знанья, мы вычтем безделье и лень.

«Деление».

Девиз – Деленье нам служит на деле, оно нам поможет всегда, кто поровну трудности делит, разделит успехи труда!

«Сложение».

Девиз - в бою мы применим сложенье, сложенью – и честь, и почет, к уменью прибавим терпенье, а сумма успех принесет!

На балу все главные герои борются за руку принцессы, восхваляют себя. На самом деле происходит исторический экскурс в развитие чисел 1.000.000.000, 1.000.000, 3, 7, 13. Во время бала злые силы похищают принцессу единицу.

Все принцы со своими дружинами отправляются на поиск принцессы. Им предстоит преодолеть ряд препятствий. Препятствия – это конкурсы.

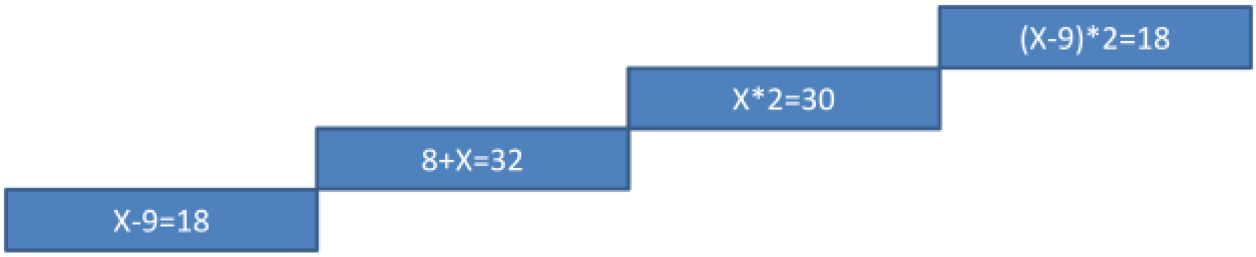
Первый конкурс и был связан с математическим софизмом. Назывался он «Гениальные разведчики». Суть заключалась в одном: найди ошибку в софизме – магические ворота отворятся.

Каждая дружина получает карточку с софизмом «7=5», что я уже описал ранее.

Второй конкурс назывался «Магические квадраты». Дружинам требовалось вписать нужные числа во все клетки квадрата

4	9	2
	5	

Третий конкурс назывался «Ключ от пещеры». Суть заключалась в том, чтобы подняться по ступеням, состоящим из уравнений, до этого самого ключа. Выглядело это так:



После этих препятствий, Принц, дружина которого набирала наибольшее количество баллов, получал право зачитать Оду Принцессе Единице:

О, Принцесса Единица!
Вы «прима» всякого счета!
Вы! Та самая, о которой
Говорят «мала, да удала!»
Только ты одна из всех числительных
Имеешь множественное число
«Один, одна, одно» – в единственном числе
«Одни» – во множественном
Единица! Ты неизменна!
Умножаясь сама на себя,
Сколь угодно раз, ты снова даешь единицу!
Ученые древности считают тебя,
Единица – Началом и Концом всех чисел!
Служители религий уподобляют тебя Богу!
«Число без единицы быть не может, так и
Вселенная, яко множество без единого владыки
Существовать не может!
О, Единица – ты богиня!

КВМ (Клуб веселых математиков)

Это мероприятие можно провести в одном классе, между классами, между мальчиками и девочками. Я предлагаю сценарий для одного класса: сборная девочек «Цифрули», сборная мальчиков «Дробята».

Каждая команда получает «Домашнее задание»: девочкам – узнать, что такое парадоксы и привести примеры; мальчикам – узнать, что такое математические софизмы и привести примеры.

Далее – визитные карточки команд: представление, название команды, девиз, эмблема. Следом идут конкурсы по математическому направлению, например:

- «Чьи слова?»

«Математик, который не является отчасти поэтом, никогда не достигнет совершенства в математике»

Варианты:

А) М.В.Ломоносов Б) К.Ф.Гаусс В) К.Вейерштрасс

- «Посчитайте»

Сколько получится, если число 4 разделить на половину?

А) 8 Б) 2 В) Ничего

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

О математических софизмах и парадоксах можно говорить бесконечно много, как и о математике в целом. Изо дня в день рождаются новые софизмы и парадоксы, некоторые из них останутся в истории, а некоторые просуществуют один день.

Софистика - это целая наука, а математические софизмы – это лишь часть одного большого течения. Поиск заключенных в софизме ошибок, ясное понимание их причин ведет к осмысленному изучению математики. Обнаружение и анализ ошибки, заключенной в софизме, очень часто оказывается более поучительным, чем просто разбор решений «безошибочных» задач. Эффектная демонстрация «доказательства» явно неверного результата, демонстрация того, к какой нелепице приводит пренебрежение каким-либо математическим правилом, и последующий поиск и разбор ошибки, позволяют понять и «закрепить» математическое правило или утверждение.

Что касается меня, то некоторые софизмы приходилось разбирать по нескольку раз, чтобы действительно в них разобраться, некоторые же наоборот, казались очень простыми. Исторические сведения о софистике и софистах помогли мне разобраться, откуда же все-таки началась история софизмов.

Парадоксы – это неожиданные утверждения, противоречащие здравому смыслу или общепризнанным научным теориям. Очень часто их рассматривают как ошибки, хотя в большинстве случаев они таковыми не являются. Обычно парадоксы построены на логически верных заключениях, но их противоречивый результат не является преднамеренным (этим они отличаются от софизмов). Парадоксы известны науке уже более двух тысяч лет. В античные времена были описаны многие парадоксы и для некоторых из них ученые до сих пор не могут найти объяснения и решения. Открываются парадоксы и в наши дни. Обычно подобные открытия сопровождаются кризисами в науке, разрушением старых, проверенных временем теорий и попытками создать новые, которые способны объяснить появившиеся противоречия. Количество существующих парадоксов по-настоящему огромное. Они присутствуют везде – и в повседневной жизни, и в науке. Практически в каждой научной области исследования существуют свои парадоксы.

Прослеживая историю математики, можно сказать, что во все времена математику спасала какая-нибудь новая идея. Она придавала математике строгость, восстанавливая ее авторитет. Поэтому не стоит бояться парадоксов, ибо они являются двигателями науки.

Благодаря софизмам и парадоксам можно научиться искать ошибки в рассуждениях других, научится грамотно строить свои рассуждения и логические объяснения.

Литература

1. Брадис В. М., Минковский В. Л., Еленев Л. К., Ошибки в математических рассуждениях, 3 изд., М., 1967.
2. Неркарарян К. В., Софизмы и парадоксы, 1 издание, 2001.
3. Тульчинский М. Е. Занимательные задачи-парадоксы и софизмы. М., 1989.
4. http://www.peterlife.ru/download%20free%20online/humanities/fl_5_a5.hm
5. http://www.tmn.fio.ru/works/60x/306/06_2.htm
6. http://www.golovolomka.hobby.re/books/gardner/gotcha/ch2/02. html
7. http://www.cultinfo.ru/fulltext/1/001/008/104/779.htm