Приложение к образовательной программе
среднего общего образования МАОУ СОШ №8

Рабочая программа
по учебному предмету «Математика»
для 10-11 классов с углубленным изучением математики
среднего общего образования

Составители:
Завтур Г.А., учитель математики, 1 квалификационная категория
Данилова Л.Е., учитель математики, 1 квалификационная категория

го Красноуральск
2013 г.

Пояснительная записка

Статус документа

Нормативно-правовыми основаниями для разработки рабочей программы учебного предмета «Математика» для 10-11 классов являются Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации", Федеральный компонент государственного образовательного стандарта среднего общего образования (Приказ Министерства образования РФ от 5 марта 2004 г. № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

Рабочая программа по математике для 10-11 классов составлена на основе программы по алгебре и началам математического анализа 10-11 классы Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбурд (Программы общеобразовательных школ, гимназий, лицеев Математика 5-11 классы / сост. Г.М. Куузнецова, Н.Г. Миндюк - М.: "Дрофа", 2004 г.) и программы по геометрии 10-11 классы И.Ф. Шарыгина (Программы общеобразовательных школ, гимназий, лицеев Математика 5-11 классы / сост. Г.М. Куузнецова, Н.Г. Миндюк - М.: "Дрофа", 2004 г.).

Отличительных особенностей рабочей программы учебного предмета по сравнению с авторской программой нет.

Рабочая программа выполняет две основные функции. Информационно-методическая функция позволяет всем участникам образовательных отношений получить представление о целях, содержании, общей стратегии обучения, воспитания и развития учащихся средствами данного учебного предмета. Организационно-планирующая функция предусматривает выделение этапов обучения, структурирование учебного материала, определение его количественных и качественных характеристик на каждом из этапов, в том числе для содержательного наполнения промежуточной аттестации учащихся.

Углубленное изучение математики в 10-11 классах является вторым этапом углубленного изучения предмета, который предполагает наличие у учащихся познавательного интереса к математике. Обучение на этом этапе должно обеспечить подготовку к продолжению образования, к профессиональной деятельности, требующей достаточно высокой математической культуры.

В 10-11 классах учебный предмет «Математика» является интегрированным, состоящим из двух обязательных разделов «Алгебра и начала математического анализа» и «Геометрия». Очередность уроков на неделе по разделам определяет учитель. Темы уроков по разделам, отметки по результатам текущего контроля по разделам, отметка полугодовой, промежуточной аттестации выставляется по предмету «Математика» в классном журнале на одной странице.

Структура документа

Рабочая программа включает разделы: пояснительную записку; основное содержание; тематическое планирование; требования к уровню подготовки выпускников; характеристика контрольно-измерительных материалов; учебно-методическое и материально-техническое обеспечение.

Общая характеристика учебного предмета

При изучении курса математики на уровне среднего общего образования продолжаются и получают развитие содержательные линии: «Алгебра», «Функции», «Уравнения и неравенства», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики», вводится линия «Начала математического анализа».

Изучение математики на профильном уровне среднего общего образования направлено на достижение следующих целей:

- формирование представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- овладение языком математики в устной и письменной форме, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;
- развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, математического мышления и интуиции, творческих способностей, необходимых для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;
- воспитание средствами математики культуры личности через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; понимания значимости математики для научно-технического прогресса

.

Общие учебные умения, навыки и способы деятельности

В ходе изучения математики на профильном уровне учащиеся продолжают овладение разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

- проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, использования различных языков математики для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;
- решения широкого класса задач из различных разделов курса, поисковой и творческой деятельности при решении задач повышенной сложности и нетиповых задач;
- планирования и осуществления алгоритмической деятельности: выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; использования и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и результатов эксперимента; выполнения расчетов практического характера;
- построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин и реальной жизни; проверки и оценки результатов своей работы, соотнесения их с поставленной задачей, с личным жизненным опытом;
- самостоятельной работы с источниками информации, анализа, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт.

Место предмета в учебном плане: в 10-11 классах по 280 часов в год, 8 часов в неделю (5 часов на раздел «Алгебра и начала математического анализа», 3 часа на раздел «Геометрия»), всего 560 часов на уровне среднего общего образования.

Используемые учебники:

Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И. Алгебра и математический анализ 10 класс (для классов с углубленным изучением математики), М., «Мнемозина», 2008 г.
Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И. Алгебра и математический анализ 11 класс (для классов с углубленным изучением математики), М., «Мнемозина», 2008 г.
«Геометрия» 10-11 класс, авт. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др., М. «Просвещение», 2010 г.

Основное содержание учебного предмета

Числовые и буквенные выражения

Делимость целых чисел. Деление с остатком. СРАВНЕНИЯ. Решение задач с целочисленными неизвестными.

Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа. ВОЗВЕДЕНИЕ В НАТУРАЛЬНУЮ СТЕПЕНЬ (ФОРМУЛА МУАВРА). ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АЛГЕБРЫ.

Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. СХЕМА ГОРНЕРА. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. МНОГОЧЛЕНЫ ОТ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ, СИММЕТРИЧЕСКИЕ МНОГОЧЛЕНЫ.

Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число е.

Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

Тригонометрия

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. ФОРМУЛЫ ПОЛОВИННОГО УГЛА. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. ВЫРАЖЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ЧЕРЕЗ ТАНГЕНС ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА. Преобразования тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений. ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА.

Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

Функции

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). ВЫПУКЛОСТЬ ФУНКЦИИ. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

<*> Прописными буквами в тексте выделен материал, который подлежит изучению, но не включается в Требования к уровню подготовки выпускников

Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.

Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график.

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ АСИМПТОТЫ ГРАФИКОВ. ГРАФИКИ ДРОБНО-ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ.

Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ.

Показательная функция (экспонента), ее свойства и график.

Логарифмическая функция, ее свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$, РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ ВДОЛЬ ОСЕЙ КООРДИНАТ.

Начала математического анализа

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. ТЕОРЕМЫ О ПРЕДЕЛАХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ. ПЕРЕХОД К ПРЕДЕЛАМ В НЕРАВЕНСТВАХ.

Понятие о непрерывности функции. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ О НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЯХ.

ПОНЯТИЕ О ПРЕДЕЛЕ ФУНКЦИИ В ТОЧКЕ. ПОВЕДЕНИЕ ФУНКЦИЙ НА БЕСКОНЕЧНОСТИ. АСИМПТОТЫ.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. ПРОИЗВОДНЫЕ СЛОЖНОЙ И ОБРАТНОЙ ФУНКЦИЙ. Вторая производная. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений.

Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона - Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.

Уравнения и неравенства

Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений И НЕРАВЕНСТВ.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными (простейшие типы). Решение систем неравенств с одной переменной.

Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Табличное и графическое представление данных. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЯДОВ ДАННЫХ.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. ПОНЯТИЕ О НЕЗАВИСИМОСТИ СОБЫТИЙ. ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ЧАСТОТА НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ.

Геометрия

Геометрия на плоскости

Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.

Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма.

Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.

Геометрические места точек.

Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.

ТЕОРЕМА ЧЕВЫ И ТЕОРЕМА МЕНЕЛАЯ.

ЭЛЛИПС, ГИПЕРБОЛА, ПАРАБОЛА КАК ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕСТА ТОЧЕК.

НЕРАЗРЕШИМОСТЬ КЛАССИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ.

Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). ПОНЯТИЕ ОБ АКСИОМАТИЧЕСКОМ СПОСОБЕ ПОСТРОЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ.

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. ПЛОЩАДЬ ОРТОГОНАЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ МНОГОУГОЛЬНИКА. Изображение пространственных фигур. ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ.

Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. РАЗВЕРТКА. МНОГОГРАННЫЕ УГЛЫ. ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННИКИ. ТЕОРЕМА ЭЙЛЕРА.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

ПОНЯТИЕ О СИММЕТРИИ В ПРОСТРАНСТВЕ (ЦЕНТРАЛЬНАЯ, ОСЕВАЯ, ЗЕРКАЛЬНАЯ).

Сечения многогранников. Построение сечений.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. ОСЕВЫЕ СЕЧЕНИЯ И СЕЧЕНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ОСНОВАНИЮ.

Шар и сфера, их сечения. ЭЛЛИПС, ГИПЕРБОЛА, ПАРАБОЛА КАК СЕЧЕНИЯ КОНУСА. Касательная плоскость к сфере. СФЕРА, ВПИСАННАЯ В МНОГОГРАННИК, СФЕРА, ОПИСАННАЯ ОКОЛО МНОГОГРАННИКА.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ И КОНИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ.

Объемы тел и площади их поверхностей. ПОНЯТИЕ ОБ ОБЪЕМЕ ТЕЛА. ОТНОШЕНИЕ ОБЪЕМОВ ПОДОБНЫХ ТЕЛ.

Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы И ПЛОСКОСТИ. ФОРМУЛА РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам.

Тематическое планирование

10 класс

№ урока	Содержание учебного материала	Количество часов
	Раздел «Алгебра и начала математического анализа»	
	Действительные числа	**14**
1-4	Действительные числа, иррациональные числа	4
5-9	Арифметические действия над действительными числами, обращение периодической десятичной дроби в обыкновенную дробь	5
10-13	Координаты на прямой и плоскости	4
14	Контрольная работа № 1	1
	Многочлены	**30**
15-17	Тождественные преобразования	3
18-21	Метод математической индукции	4
22	Контрольная работа № 2	1
23-26	Деление с остатком	4
27-30	Теорема Безу. Схема Горнера	4
31-32	Контрольная работа № 3	2
33-38	Уравнения, неравенства.	6
39-42	Решение и доказательство неравенств	4
43-44	Контрольная работа № 4	2
	Функции	**18**
45-48	Числовые функции, композиция функций	4
49-54	Преобразование графиков функций	6
55-58	Чётность функций. Возрастание, убывание функций	4

59-60	Числовые последовательности	2
61-62	Контрольная работа № 5	2
	Предел и непрерывность	**25**
63-67	Бесконечно малые функции. Предел функции на бесконечности	5
68-70	Асимптоты	3
71-73	Предел последовательности	3
74	Контрольная работа № 6	1
75-80	Предел функции в точке. Точки разрыва	6
81-84	Арифметические операции над непрерывными функциями	4
85	Обратная функция	1
86-87	Контрольная работа № 7	2
	Производная и её приложения	**35**
88-91	Дифференцируемые функции, производная	4
92-95	Геометрический смысл производной	4
96-99	Техника дифференцирования, вторая производная	4
100-101	Контрольная работа № 8	2
102-105	Необходимое условие экстремума функци	4
106-111	Теорема Лагранжа. Исследование графиков функций на выпуклость	6
112-116	Применение производной к исследованию функций и построению графиков	5
117-118	Контрольная работа № 9	2
119-122	Бином Ньютона	4
	Тригонометрические функции	**48**
123-124	Длина дуги	2
125-128	Тригонометрические функции	4
129-131	Уравнение вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$	3
132-133	Контрольная работа № 10	2
134-138	Формулы сложения	5
139-140	Преобразование суммы и разности одноимённых тригонометрических функций	2
141-142	Контрольная работа № 11	2
143-148	Дифференцирование тригонометрических функций	6
149-157	Решение уравнений	9
158-159	Контрольная работа № 12	2
160-163	Доказательство неравенств	4
164-168	Обратные тригонометрические функции	5
169-170	Контрольная работа № 13	2
171-175	**Повторение**	**5**
	Раздел «Геометрия»	
	Аксиомы стереометрии	**9**
1	Повторение планиметрии	1
2	Аксиомы стереометрии	1
3-4	Следствия из аксиом	2
5-6	Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей	2
7-8	Построение сечений в кубе и тетраэдре	2
9	Контрольная работа №1	1
	Взаимное расположения прямых в пространстве	**8**
10	Пересекающиеся и параллельные прямые	1

11	Скрещивающиеся прямые	1
12-13	Признаки скрещивающихся прямых	2
14-15	Определение угла между скрещивающимися прямыми	2
16	Решение простейших задач на построение в пространстве	1
17	Контрольная работа №2	1
	Взаимное расположение прямой и плоскости	**9**
18	Параллельность прямой и плоскости	1
19-20	Признак параллельности прямой и плоскости	2
21-22	Теорема о плоскости, проходящей через одну из скрещивающихся прямых параллельно другой	2
23-24	Решение задач	2
25-26	Контрольная работа №3	2
	Параллельные плоскости	**9**
27	Параллельность плоскостей	1
28-30	Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей с третьей плоскостью	3
31-32	Теорема о плоскости пересекающей одну из параллельных плоскостей	2
33-34	Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями	2
35	Контрольная работа №4	1
	Перпендикулярность прямой и плоскости	**8**
36	Признак перпендикулярности прямой и плоскости	1
37	Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости	1
38	Теорема о двух плоскостях, перпендикулярных прямой	1
39-40	Теорема о двух параллельных плоскостях, одна из которых перпендикулярна данной прямой	2
41	Теорема о трех перпендикулярах	1
42-43	Контрольная работа №5	2
	Расстояние в пространстве	**9**
44	Расстояние между двумя точками	1
45	Расстояние между двумя параллельными прямыми	1
46	Расстояние между двумя плоскостями	1
47-48	Расстояние между скрещивающимися прямыми	2
49-50	Геометрические места точек пространства, связанные с расстоянием	2
51-52	Контрольная работа №6	2
	Угол между прямой и плоскостью	**9**
53-56	Определение угла между наклонной и плоскостью	4
57-59	Угол между прямой и плоскостью	3
60-61	Контрольная работа №7	2
	Угол между двумя плоскостями	**9**
62	Двугранный угол	1
63-64	Линейный угол двугранного угла	2
65	Признак перпендикулярности плоскостей	1
66-67	Угол между двумя плоскостями	2
68-69	Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями	2
70	Контрольная работа №8	1
	Многогранные углы	**10**

71-73	Трехгранный угол	3
74-76	Теорема о плоских углах трехгранного угла	3
77-78	Многогранные углы	2
79-80	Контрольная работа №9	2
	Тела вращения	**16**
81	Цилиндр	1
82-83	Сечение цилиндра плоскостью	2
84	Конус	1
85-86	Сечение конуса плоскостью	2
87	Контрольная работа №10	1
88	Шар и сфера	1
89	Взаимное расположение плоскости и сферы	1
90	Взаимное расположение двух сфер	1
91-92	Сфера, вписанная в куб, конус, цилиндр	2
93-94	Сфера, описанная около куба, конуса и цилиндра	2
95-96	Контрольная работа №11	2
	Повторение	**9**
97-103	Повторение	7
104-105	Контрольная работа №12	2
	Итого	**280**

11 класс

№ урока	Содержание учебного материала	Количество часов
	Раздел «Алгебра и начала математического анализа»	
1-2	**Повторение**	**2**
	Показательная и логарифмическая функции	**24**
3-6	Показательная функция и её свойства	4
7-13	Решение показательных уравнений и неравенств	7
14	Контрольная работа № 1	1
15-18	Логарифмическая функция	4
19-24	Решение логарифмических уравнений и неравенств	6
25-26	Контрольная работа № 2	2
	Интеграл и дифференциальные уравнения	**45**
27-35	Интеграл	9
36-42	Дифференциальные уравнения	7
43	Контрольная работа № 3	1
44-48	Площадь криволинейной трапеции	5
49-53	Свойства определенного интеграла	5
54	Контрольная работа № 4	1
55-58	Дифференцирование и интегрирование показательной и логарифмической функций	4
59-64	Степенная функция. Иррациональные выражения, уравнения и неравенства	6
65-69	Уравнения и неравенства с параметрами	5
70-71	Контрольная работа № 5	2
	Многочлены от нескольких переменных. Уравнения, неравенства, системы	**24**

72-73	Многочлены от нескольких переменных	2
74-75	Уравнения. Равносильные уравнения	2
76-78	Приёмы решения уравнений	3
79-80	Контрольная работа № 6	2
81-83	Система уравнений и неравенств. Метод Гаусса. Системы иррациональных уравнений	3
84-87	Системы показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений	4
88-89	Решение неравенств с двумя переменными	2
90-91	Применение графиков к решению уравнений неравенств, систем	2
92-93	Уравнения, неравенства и системы с параметром	2
94	Контрольная работа № 7	1
	Комплексные числа	**20**
95-98	Комплексные числа и операции над ними	4
99-102	Решение квадратных уравнений с комплексными коэффициентами	4
103-104	Контрольная работа № 8	2
105-109	Тригонометрическая форма комплексного числа	5
110-112	Применение комплексных чисел	3
113-114	Контрольная работа № 9	2
	Элементы комбинаторики	**12**
115-116	Множества, кортежи, отображения	2
117-118	Основные законы комбинаторики	2
119-120	Основные формулы комбинаторики	3
121-123	Размещение, сочетание и перестановки	3
124-125	Контрольная работа № 10	2
	Элементы теории вероятностей	**20**
126-129	Случайные события	4
130-133	Вероятность	4
134-138	Формула Бернулли. Понятие о законе больших чисел	5
139-143	Генеральная совокупность и выборка	5
144-145	Контрольная работа № 11	2
146-175	**Повторение**	**28**
	Раздел «Геометрия»	
	Повторение	**9**
1	Аксиомы стереометрии	1
2	Теоремы о параллельных прямых	1
3	Теоремы о скрещивающихся прямых	1
4-5	Перпендикулярность прямой и плоскости	2
6-8	Круглые тела и свойства. Цилиндр, конус и шар	3
9	Контрольная работа № 1	1
	Векторы и координаты в пространстве	**27**
10-11	Вектор в пространстве	2
12-13	Коллинеарность векторов	2
14-15	Разложение вектора	2
16-18	Скалярное произведение векторов	3
19-21	Условие ортогональности двух векторов	3
22-23	Контрольная работа № 2	2

24-25	Формулы расстояния между двумя точками	2
26-28	Действия над векторами	3
29-30	Уравнение плоскости в пространстве	2
31-32	Условие параллельности плоскостей	2
33-34	Угол между двумя плоскостями	2
35-36	Контрольная работа № 3	2
	Объемы и поверхности тел вращения	**13**
37-39	Объем цилиндра	3
40-42	Объем конуса	3
43-47	Формулы для нахождения площади поверхности сферы и её частей	5
48-49	Контрольная работа № 4	2
	Многогранники	**7**
50	Понятие многогранника	1
51	Плоские углы при вершинах	1
52	Понятие развертки	1
53-54	Призма, пирамида	2
55	Объем и свойства объемов	1
56	Контрольная работа № 5	1
	Призма	**8**
57	Призма прямая и наклонная	1
58	Правильная призма	1
59	Параллелепипед: наклонный, прямой и прямоугольный	1
60-61	Объем призмы	2
62-63	Призма, вписанная в цилиндр и конус, описанная около них	2
64	Контрольная работа № 6	1
	Пирамида и правильные многогранники	**16**
65-66	Пирамида	2
67-68	Сечения пирамиды плоскостью	2
69-71	Усеченная пирамида	2
72-73	Объем пирамиды	2
74-75	Контрольная работа № 7	2
76-77	Частные виды пирамид и их свойства	2
78-79	Тетраэдры и их виды	2
80	Контрольная работа № 8	1
	Движение в пространстве	**11**
81-82	Виды перемещений	2
83-84	Параллельный перенос	2
85-86	Центральная симметрия	2
87-88	Поворот вокруг прямой	2
89-90	Осевая и центральная симметрия	2
91	Контрольная работа № 9	1
92-105	**Практикум по решению задач**	**14**
	ИТОГО	**280**

Требования к уровню подготовки выпускников

В результате изучения математики на профильном уровне ученик должен:
знать/понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

Числовые и буквенные выражения

Уметь:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Функции и графики

Уметь:

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;
- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Начала математического анализа

Уметь:

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;
- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
- вычислять площадь криволинейной трапеции;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;
- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Уравнения и неравенства

Уметь:

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- доказывать несложные неравенства;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем;
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- построения и исследования простейших математических моделей;
- приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Уметь:

– решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
– вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);
– использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
– анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера;
– приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Геометрия

Уметь:

– соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
– изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
– решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
– проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
– вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
– применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
– строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;
– использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
– исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
– вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства;
– приобретения практического опыта деятельности, предшествующей профессиональной, в основе которой лежит данный учебный предмет.

Характеристика контрольно-измерительных материалов

Критерии и нормы оценки

1. Оценка письменных контрольных работ обучающихся по математике

Отметка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится в следующих случаях:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

- допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Учитель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии обучающегося; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные обучающемуся дополнительно после выполнения им каких-либо других заданий.

2. Оценка устных ответов обучающихся по математике

Ответ оценивается отметкой «5», если ученик:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять ее в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал знание теории ранее изученных сопутствующих тем, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;
- отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов учителя;
- возможны одна – две неточности при освещение второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил после замечания учителя.

Ответ оценивается отметкой «4», если удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившее математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные после замечания учителя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные после замечания учителя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно раскрыто содержание материала (содержание изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса и

продемонстрированы умения, достаточные для усвоения программного материала (определены «Требованиями к математической подготовке обучающихся» в настоящей программе по математике);
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;
- ученик не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при достаточном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:
- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание учеником большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя.

Общая классификация ошибок

При оценке знаний, умений и навыков учащихся следует учитывать все ошибки (грубые и негрубые) и недочёты.

Грубыми считаются ошибки:
- незнание определения основных понятий, законов, правил, основных положений теории, незнание формул, общепринятых символов обозначений величин, единиц их измерения;
- незнание наименований единиц измерения;
- неумение выделить в ответе главное;
- неумение применять знания, алгоритмы для решения задач;
- неумение делать выводы и обобщения;
- неумение читать и строить графики;
- неумение пользоваться первоисточниками, учебником и справочниками;
- потеря корня или сохранение постороннего корня;
- отбрасывание без объяснений одного из них;
- равнозначные им ошибки;
- вычислительные ошибки, если они не являются опиской;
- логические ошибки.

К **негрубым ошибкам** следует отнести:
- неточность формулировок, определений, понятий, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного - двух из этих признаков второстепенными;
- неточность графика;
- нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план ответа (нарушение логики, подмена отдельных основных вопросов второстепенными);
- нерациональные методы работы со справочной и другой литературой;
- неумение решать задачи, выполнять задания в общем виде.

Недочетами являются:
- нерациональные приемы вычислений и преобразований;
- небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков.

Контрольные работы

10 класс

Раздел «Алгебра и начала математического анализа»

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Даны точки *A* (-2; 5), *B* (2; 2), С (10; 0).

а) Докажите, что треугольник *ABC* тупоугольный.

б) Пусть *AD* — биссектриса треугольника *ABC*. Найдите координаты точки *D*.

2. Исходя из определения модуля действительного числа, решите неравенство $|x-3|+|2+x|\le 2x+3$

3°. Докажите, что числ1о $2\sqrt{2}+3\sqrt{3}+5\sqrt{5}$ не является рациональным числом.

Вариант 2

1. Даны точки *K* (1; 3), *M* (9; 3), *P* (-7; 9).

а) Докажите, что треугольник *KMP* тупоугольный.

б) Пусть *KA* — биссектриса треугольника *KMP*. Найдите координаты точки *A*.

2. Исходя из определения модуля действительного числа, решите неравенство $|x+3|-|2-x|\ge 2x-2$.

3°. Докажите, что число $\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{4}$ не является рациональным числом.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Докажите методом математической индукции, что

$$\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{6}{5\cdot 7}+\frac{20}{7\cdot 9}+\cdots+\frac{2n-1}{(2n+1)(2n+3)}\cdot 2^{n-1}=\frac{2^n}{2n+3}-\frac{1}{3}$$

2. Докажите, что 7^n+3^{n+1} делится на 4 при всех натуральных значениях *n.*

3. При каких значениях *k* сумма кубов корней трехчлена $kx^2-6kx+2k+3$ равна 72?

4°. Последовательность (x_n) задана рекуррентно: $x_1=3$, $x_2=6$, $x_{n+2}-3x_{n+1}+2x_n=-1$, $n\in N$. Докажите, что $x_n=2^n+n$, $n\in N$.

Вариант 2

1. Докажите методом математической индукции, что

$$2+18+60+...+n(n+1)(2n-1)=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)(3n-1)$$

2. Докажите, что $7\cdot 5^{2n-1}+2^{3n+1}$ делится на 17 при любом натуральном значении *n.*

3. При каких значениях *b* сумма квадратов корней трехчлена $bx^2+(b+2)x-4b$ равна $10\frac{7}{9}$?

4°. Докажите, что при $n\in N$, $n\ge 5$ справедливо неравенство $2^n\ge n^2+n+2$.

Контрольная работа № 3

Вариант 1

1. При каких значениях *a* и *b* многочлен $2x^4+3x^3-ax^2+bx-3$ делится без остатка на $x+3$, а при делении на x - 2 дает остаток, равный 5?

2. Найдите целые корни многочлена $x^4-27x^2-14x+120$.

3. Докажите, что нечетная степень числа 48, увеличенная на 1, кратна 7.

4. Разложите на множители методом неопределенных коэффициентов многочлен $x^4-10x^3+27x^2-14x+2$.

5°. Разложите на множители многочлен $x^{12}-3x^6+1$.

Вариант 2

1. При каких значениях *m* и *n* многочлен x^3+mx+n делится без остатка на трехчлен $x^2+3x+10$?

2. Разложите на линейные множители многочлен $x^4+2x^3-13x^2-38x-24$.

3. Докажите, что четная натуральная степень числа 57, уменьшенная на 1, кратна 203.

4. Разложите на множители методом неопределенных коэффициентов многочлен $x^4-12x^3+43x^2-42x+6$.

5°. Разложите на множители многочлен $(x^2+x+1)(x^2+x+2)-12$.

Контрольная работа № 4

Вариант 1

1. Докажите, что если $A(x)>0$ для всех *x,* при которых определены функции $f(x)$ и $\varphi(x)$, то неравенства $f(x)<\varphi(x)$ и $f(x)A(x)<\varphi(x)A(x)$ равносильны.

2. Докажите, что при $a>0$ имеет место неравенство
$(a+3)(a+6)(a+2)(a+1)>96a^2$.

3. Решите неравенство $\dfrac{(x^2+3x-18x)(4x^2-4x+1)}{(x^2-5x+6)(3x^2-8x+14)}<0$

4. Решите уравнение $\dfrac{2}{x-3}-\dfrac{3x}{2-2x}=\dfrac{3}{x^2-1}$

5°. Докажите, что при любых действительных значениях *x* и *y* имеет место неравенство $x^2+10y^2-6xy+10x-26y+30>0$.

Вариант 2

1. Докажите, что если функция $A(x)$ определена для всех значений *x,* при которых определены функции $f(x)$ и $\varphi(x)$, то неравенства $f(x)>\varphi(x)$ и $f(x)+A(x)>\varphi(x)+A(x)$ равносильны.

2. Докажите, что неравенство $\dfrac{(a^2+3a+1)(a^4-a^2+1)}{a^3}\geq 5$ выполняется при значениях $a>0$. При каких значениях *a* имеет место равенство?

3. Решите неравенство $\dfrac{(3x^2-5x+2)(x^2-4x+4)}{7-6x-x^2}<0$.

4. Решите уравнение $\dfrac{4}{x^2-1}+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{2x}{x+1}$

5°. Докажите, что при любых действительных значениях *x* и *y* имеет место неравенство $x^2+y^2+xy+x-y+3>0$.

Контрольная работа № 5

Вариант 1

1. Докажите, что произведение двух нечетных функций есть функция четная на их общей области определения.

2. Дана функция $y = \frac{8}{x^2 - 6x + 13}$

а) Найдите наибольшее значение функции.

б) Докажите, что на промежутке [3; + ∞) функция убывает.

3. Исследуйте на четность и нечетность функцию

$f(x) = |x-2| + 3|x| + \sqrt{x^2 + 4x + 4}$

4. Даны функции $f(x) = 2x^2 - 1$ и $\varphi(x) = \sqrt{3x-1}$. Найдите $f(\varphi(x)); \varphi(f(x))$.

5°. Найдите наибольшее значение функции

$y = 2x - \sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{4x^2 + 20x + 25}$

Вариант 2

1. Докажите, что если функция *f (x)* убывает на множестве *X* и *k*>0, то функция *k·f(x)* также убывает на множестве *X*.

2. Дана функция $y = \frac{13}{x^2 + 2x + 3}$.

а) Найдите наибольшее значение функции.

б) Докажите, что на промежутке (-∞;-1) функция возрастает.

3. Исследуйте на четность и нечетность функцию

$f(x) = (x^3 - 3x^2 + 1)(x+2)^5 - (x^3 + 3x^2 - 1)(x-2)^6$.

4. Даны функции $f(x) = (x-2)^2$ и $\varphi(x) = \sqrt{x}$. Найдите $f(\varphi(x)); \varphi(f(x))$.

5 . Найдите наименьшее значение функции

$y = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} - 2x$.

Контрольная работа № 6

Вариант 1

1. Дана функция $f(x) = \begin{cases} \frac{2|x|-1}{x-3} \text{ } при \text{ } x < 2, \\ \frac{3x+5}{1+2x} \text{ } при \text{ } x \ge 2 \end{cases}$ Найдите пределы этой функции при $x \to -\infty$ и $x \to +\infty$

2. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n + (-1)^n}{6n - (-1)^n} - \frac{2^n - 2^{-n}}{2^n + 2^{-n}}\right)$.

3. Найдите четвертый член бесконечной геометрической прогрессии, если ее сумма равна 8, сумма второго и третьего членов равна 3, а знаменатель прогрессии является числом рациональным.

4°. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1+4+7+...+(3n-2)}{2n+1} - \frac{3n+1}{4}\right)$.

Вариант 2

1. Дана функция $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{2x-4} \text{ при } & x\le 1,\\ \dfrac{1-|x-2|}{x} \text{ при } & x>1\end{cases}$ Найдите пределы этой функции при $x\to-\infty$ и $x\to+\infty$

2. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^3}{1+5n^2}+\dfrac{1-3n^2}{3n+1}\right)$.

3. Найдите пятый член бесконечной геометрической прогрессии, если ее сумма равна $\dfrac{2}{3}$, а третий член равен $\dfrac{1}{4}$.

4°. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3+6+12+...+3\cdot 2^{n-1}}{5\cdot 2^{n+1}+3}\right)$.

Контрольная работа № 7

Вариант 1

1. Найдите пределы:

а) $\lim\limits_{n\to 2}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{12}{x^3-8}\right)$; б) $\lim\limits_{n\to -2}\left(\dfrac{x^3+4x^2+6x+3}{2x^2+3x+1}\right)$.

2. Дана функция $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x+1}{x} \text{ при } & x<-1,\\ 2-x^2 \text{ при } & -1\le x<2\\ -3 \text{ при } & x\ge 2\end{cases}$.

а) Исследуйте функцию на непрерывность и постройте ее график.

б) Найдите $\lim\limits_{x\to-2} f(x), \lim\limits_{x\to 0} f(x), \lim\limits_{x\to 5} f(x)$.

3. Докажите, что уравнение $x^3-5x+3=0$ на промежутке [— 3; —2] имеет корень. Найдите значение этого корня с точностью до 0,1 (используйте микрокалькулятор).

4. Докажите, что функция $g(x)=x^2-6x+10$ необратима. Найдите функцию, обратную *g(x)* на промежутке [3; +∞), и постройте ее график.

5. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1^2-2^2+3^2-4^2+...+(2n-1)^2-(2n)^2}{4n^2-3}\right)$.

6 . Найдите значения параметров *a* и *b* из условия

$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{4bx^2+5}{2x-1}+ax\right)=1{,}5.$

Вариант 2

1. Найдите пределы:

а) $\lim\limits_{n\to 7}\left(\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-7x}\right)$; б) $\lim\limits_{n\to 1}\left(\dfrac{x^3+5x^2-7x+1}{2x^2+3x-5}\right)$.

2. Дана функция $f(x)=\begin{cases}3 \text{ при } & x\le -2,\\ x^2+1 \text{ при } & -2<x<2\\ \dfrac{5}{x-1} \text{ при } & x\ge 2\end{cases}$.

а) Исследуйте функцию на непрерывность и постройте ее график.

б) Найдите $\lim\limits_{x\to-7} f(x), \lim\limits_{x\to1} f(x), \lim\limits_{x\to-3} f(x)$.

3. Докажите, что уравнение $x^3+x-11=0$ на промежутке [2; 3] имеет корень. Найдите значение этого корня с точностью до 0,1 (используйте микрокалькулятор)

4. Докажите, что функция $g(x)=x^2+8x+10$ необратима. Найдите функцию, обратную данной на промежутке (—∞; —4], и постройте ее график.

5. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2^2-4^2+6^2-8^2+...+(4k-2)^2-(4k)^2}{4n^2-3}\right)$

6° . При каких значениях *a* функция $\varphi(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-6x}{x-3} при & x<3,\\ ax+2 при & x\geq 3\end{cases}$.

будет непрерывной в точке x=3

Контрольная работа № 8

Вариант 1

1. Материальная точка движется по прямой согласно уравнению

$s(t)=t^3-\dfrac{3t^2}{2}+2t-1(см)$.

а) Найдите ее скорость в момент времени t = 3 с.

б) В какой момент времени ускорение будет равно 9 см/с^2?

2. Найдите $f'(1)$, если $f(x)=\dfrac{8x\sqrt{x}+2}{x}$.

3. Дана функция $\varphi(x)=\dfrac{x+2}{3-x}$. К ее графику в точке $x_0=2$ проведена касательная l.

а) Напишите уравнение касательной l.

б) Существует ли касательная к графику функции φ, отличная от l и параллельная l? Если существует, найдите ее уравнение.

4. Дана функция $g(x) = 3x(2x -1)^5$. Найдите все значения x, при которых: а) $g'(x)=0$; б) $g'(x)>0$; в) $g'(x)<0$.

5. Дифференцируема ли функция $y=\left|\dfrac{x^2-1}{1-x}\right|$ в области ее определения?

6°. Известно, что $(x-2)^{50}=a_0x^{50}+a_1x^{49}+...+a_{49}x+a_{50}$. Найдите сумму $50a_0+49a_1+...+2a_{48}+a_{49}$.

Вариант 2

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$x(t)=2t^3-2{,}5t^2+3t+1$ (м).

а) Найдите скорость точки в момент времени *t-1* с.

б) В какой момент времени ускорение будет равно 19 м/с^2?

2. Найдите $f'(4)$, если $f(x)=\dfrac{32-2x^2\sqrt{x}}{x^2}$.

3. Дана функция $\varphi(x)=\dfrac{1-x}{x+4}$. К ее графику проведена касательная m в точке с абсциссой x_0= — 3.

а) Напишите уравнение касательной m.

б) Существует ли касательная к графику функции φ, отличная от m и параллельная m? Если существует, найдите ее уравнение.

4. Дана функция $g(x) = 2x(1 - x)^5$. Найдите все значения x, при которых: а) $g'(x) = 0$; б) $g'(x) > 0$; в) $g'(x) < 0$.

5. Докажите, что функция $y = \left|1 - x^2\right|$ в точках $x = 1$ и $x = -1$ недифференцируема.

6°. Известно, что $(3 - 2ч)^{40} = a_0 x^{40} + a_1 x^{39} + \ldots + a_{39} x + a_{40}$. Найдите сумму $40 \cdot 39 a_0 + 39 \cdot 38 a_1 + \ldots + 3 \cdot 2 a_{37} + 2 a_{38}$

Контрольная работа № 9

Вариант 1

1. Дайте определение непрерывности функции в точке и на отрезке. Докажите теоремы о непрерывности суммы и произведения двух непрерывных в точке функций.

2. Исследуйте функцию и постройте ее график: $y = \dfrac{x^2}{x+1}$.

3. В арифметической прогрессии шестой член равен 3, разность прогрессии $d \geq 0,5$. При каком значении d произведение первого, четвертого и пятого членов будет наибольшим?

4°. Докажите, что функция $y = 0,2x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 5x$ возрастает на R.

Вариант 2

1. Дайте определение производной функции в точке. Докажите теорему о производной суммы двух дифференцируемых функций.

2. Исследуйте функцию и постройте ее график: $y = \dfrac{x^3}{3 - x^2}$.

3. Разность двух чисел равна 8. Каковы должны быть эти числа, чтобы произведение куба первого числа на второе было наименьшим?

4°. Докажите, что функция $y = -0,2x^5 + 0,5x^4 - x^3 + x^2 - x$ убывает на R.

Контрольная работа № 10

Вариант 1

1. Известно, что $tg\alpha = -\dfrac{24}{7}$ и $\dfrac{2\pi}{3} < \alpha < 2\pi$. Найдите значения $\sin \alpha$ и $ctg\, \alpha$.

2. Упростите выражение $\dfrac{1+\cos\alpha}{\sin^2\alpha} : \left(1 + \left(\dfrac{1+\cos^2\alpha}{\sin\alpha}\right)^2\right)$

3. Дана функция $f(x) = \sin\dfrac{3}{2}x + 5\cos\dfrac{3}{4}x$.

а) Найдите $f(0)$, $f(7\pi)$, $f(-12\pi)$

б) Покажите, что число 8π является периодом функции f.

в) Найдите наименьший положительный период функции f.

4. Исследуйте на четность и нечетность функцию
$\varphi(x) = x^3 + 2\sin x + ctg x$

5. Решите уравнение $2\sin^3 x + 3\sin^2 x - 2\sin x = 0$.

6. Найдите амплитуду, частоту, период и начальную фазу гармонического колебания, заданного формулой $y = \sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$. Постройте график этой функции.

7°. Докажите, что

$$\sin^3\alpha(1 + ctg\alpha) + \cos^3\alpha(1 + tg\alpha) < \frac{m^4+1}{m^2}$$

Вариант 2

1. Известно, что $ctg\alpha = -\frac{5}{12}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .. Найдите значения *cos α* и *tg α*.

2. Упростите выражение $\frac{(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 1}{tg\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}$

3. Дана функция $f(x) = \sin 2x + 5\cos 4x$.

а) Найдите $f(0)$, $f(\frac{7\pi}{3})$, $f(-\frac{7\pi}{4})$

б) Покажите, что число 3π является периодом функции *f*.

в) Найдите наименьший положительный период функции *f*.

4. Исследуйте на четность и нечетность функцию

$\varphi(x)=-3x^2+2\cos x+3x\sin x$

5. Решите уравнение $2\cos^3 x + 5\cos^2 x — 3\cos x = 0$.

6. Найдите амплитуду, частоту, период и начальную фазу гармонического колебания, заданного формулой $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. Постройте график этой функции.

7°. Докажите, что

$$\left|\frac{\sec x - \cos x}{tgx + 1} + \frac{\cos ecx - \sin x}{ctgx + 1}\right| > \frac{1}{2}$$

Контрольная работа №11

Вариант 1

1. Докажите тождество $\frac{(1 + tg\alpha)\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{1 - tg\alpha} = \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

2. Найдите *sin 2α, cos 2α, tg2α,* если *ctg α* = $\sqrt{2} + 1$.

3. Решите уравнение *cos x — cos 2x=sin 3x*.

4. Проверьте равенство $\frac{1}{\sin 10^\circ} - 4\sin 70^\circ = 2$

5. Найдите угол между асимптотой графика функции $y = \frac{x^3 - 2x^2 + 3}{x^2 + 1}$ и касательной к этому графику в точке с абсциссой x_0=1.

6°. Докажите тождество

1 + 2 cos 2α + 2 cos 4α + 2 cos 6α = $\frac{\sin 7\alpha}{\sin\alpha}$.

Вариант 2

1. Докажите тождество $\frac{\sqrt{2}\cos\alpha + 2\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{2\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \sqrt{3}\cos\alpha} = \sqrt{2}$.

2. Найдите *sin (α — 2β)*, если *tgα = 2,4, tg β*= — 0,75, $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$.

3. Решите уравнение *cos 2x + cos x=sin 3x*.

4. Проверьте равенство tg 20°+ 4 sin 20° = $\sqrt{3}$.

5. Найдите угол между наклонной асимптотой графика функции

$y=\frac{2x^2-4x+7}{x+3}$ и касательной к этому графику, проведенной в точке с абсциссой x_0= -1

6°. Докажите тождество

1 — 2 cos 4α+ 2 cos 8α —2 cos 12α = $-\frac{cos 14\alpha}{\cos 2\alpha}$.

Контрольная работа № 12

Вариант 1

1. Решите уравнение 2 sin (5*x*+3) + 3 $\cos^2$ (5*x*+3) = 3,25.
2. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций
y = sin (4*x* — 2) и *y*= -cos (3 *x* + 5).
3. Решите уравнение $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = 2$.
4. Докажите, что при *a*>0, *b*>0 уравнение
$a \sin 5x + 2\sqrt{ab+b^2}\ \cos 5x+2a = -4b$ не имеет решений.

5. Найдите *α* + *β*, если ctgα = 0,75, tgβ= 7; $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, $\pi<\beta<\frac{3}{2}\pi$.

6°. Решите уравнение

$\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 1\frac{3}{4}$.

Вариант 2

1. Решите уравнение 2 cos (3*x*+5) + 3 $\sin^2$ (3*x*+5) = $3\frac{1}{4}$.

2. При каких значениях *x* функции *y* = tg(4*x*+3) и *y* = ctg (*x*+5) принимают равные значения?

3. Решите уравнение 2 $\cos^2$ 2*x*+cos *x*+cos 9*x*= 1.

4. Докажите, что уравнение sin *x* + sin 2*x*+sin 3*x* + sin 4*x*+sin 5*x* = 5 не имеет решений.

5. Найдите *α* - *β*, если ctgα = 0,6, ctg*β* = 4; $\pi<\alpha<\frac{3}{2}\pi$, $2\pi<\beta<2\frac{1}{2}\pi$.

6°. Решите уравнение
$\sin^2 2x+\cos^2 4x+2\sin 2x=3+2\cos 4x+2\sin 2x\cos 4x$.

Контрольная работа № 13

Вариант 1

1. Найдите $\lim\limits_{n\to\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{\pi+2x}{\arcsin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}\right)$.

2. Вычислите:

а) $\sin\left(2\arcsin\dfrac{12}{13}\right)$ б) $\arcsin(\sin 5)$.

3. Решите неравенство $\cos\dfrac{\pi}{4}\cos 2x+\sin\dfrac{\pi}{4}\sin 2x\geq\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4. Решите неравенство $\arcsin x<\arccos x$.

5°. Решите неравенство $\sin 3x>\sin 5x$.

Вариант 2

1. Найдите $\lim\limits_{n\to 0}\left(\dfrac{\sin(\arcsin 2x)arctg\,2x}{(x^2-x)\arcsin 3x}\right)$

2. Вычислите:

а) $\cos\left(2\arcsin\dfrac{7}{25}\right.$; б) $\arccos(\cos 4)$.

3. Решите неравенство $\sin\dfrac{\pi}{6}\cos 2x+\cos\dfrac{\pi}{6}\sin 2x<\dfrac{1}{2}$.

4. Решите неравенство $\operatorname{arctg} x<\operatorname{arcctg} x$.

5°. Решите неравенство $\cos^2 x - \cos^2 4x<0$.

Контрольная работа № 14

Вариант 1

1. Решите неравенство $\dfrac{9-x^2}{3x+1}\geq\dfrac{2}{x}$.

2. Установите промежутки монотонности, экстремумы, нули функции $f(x)=\dfrac{3-x^2}{x+2}$. Найдите асимптоты и постройте график этой функции.

3. Разложите на множители многочлен $x^3+8x+24$.

4. Докажите, что при всяком $n\in\mathbb{N}$ число $10^n+45n-1$ кратно 27.

5. Найдите все решения уравнения $\sin 2x+\cos x+2\sin x=-1$, удовлетворяющие условию $0<x<5$.

Вариант 2

1. Решите неравенство $\dfrac{x}{1+x}\leq\dfrac{16}{x^2+4}$.

2. Установите промежутки монотонности, экстремумы, нули функции $f(x)=\dfrac{4x}{9}(3-x)^3$. Найдите промежутки выпуклости и вогнутости, точки перегиба и постройте график этой функции.

3. Решите уравнение $x^4-x^3-10x^2-x+1=0$.

4. Докажите, что если n— натуральное число и $n\geq 4$, то $2^n<n!$.

5. Найдите все решения уравнения $\sin^2 x-\sqrt{3}\sin 2x-\cos^2 x=-2$, удовлетворяющие условию $0<x<4$.

Раздел «Геометрия»

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. В треугольнике ABC $AC = 12$; $BC = 5$. Найдите площадь треугольника, если:

а) через прямую, содержащую сторону AB, и центр описанной около треугольника окружности можно провести по крайней мере две различные плоскости;

б) через прямую AK, перпендикулярную BC, и центр вписанной в треугольник окружности можно провести по крайней мере две различные плоскости;

в) существует прямая, не лежащая в плоскости ABC, пересекающая медиану BM и содержащая центр такой окружности, которая проходит через вершины B, C и середину стороны AC.

2. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 8 точка M — се редина AA_1; N лежит на ребре DD_1; $D_1N = 6$. Найдите:

а) точку X_1 пересечения прямой MN и плоскости ACB;

б) точку X_2 пересечения прямой MN и плоскости $A_1B_XC_X$;

в) длину отрезка X_1X_2;

г) точку X_3 пересечения прямой BX_1 и плоскости DD_1C;

д) отношение, в котором точка X_3 делит отрезок DC (считая от D);

е) общую прямую плоскостей $X_1X_2X_3$ и AA_1B.

Вариант 2

1. В треугольнике KMP $KM = 4$, $KP = 5$. Найдите площадь треугольника, если:

а) через прямую, содержащую сторону KP, и центр описанной около треугольника окружности можно провести по крайней мере две различные плоскости;

б) через прямую AM, перпендикулярную KP, и центр вписанной в треугольник окружности можно провести по крайней мере две различные плоскости;

в) существует прямая, не принадлежащая плоскости треугольника, пересекающая медиану PB и проходящая через центр вписанной в треугольник KMP окружности.

2. В правильном тетраэдре $ABCD$ все ребра имеют длину 8; M — середина AD; K — середина DB; P лежит на ребре DC; $DP = 6$. Найдите:

а) точку X_1 пересечения прямой MP и плоскости ABC;

б) точку X_2 пересечения прямой KP и плоскости ABC;

в) длину отрезка X_1X_2;

г) точку пересечения прямой MP и плоскости AKC;

д) прямую пересечения плоскостей MX_1K и X_2DC;

е) отношение, в котором плоскость MX_1X_2 делит отрезок DB (считая от B).

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. В правильном тетраэдре $ABCD$ точки K, F, P, M — середины ребер AD, DC, BC и AB соответственно.

а) Заполните таблицу взаимного расположения прямых и углов между ними.

Прямые	Их расположение	Угол между ними
KF и MP		
KF и BC		
KP и MF		
BF и MP		
KP и BC		
CM и KF		

б) Найдите площадь сечения тетраэдра плоскостью KMF, если ребро тетраэдра равно a.

2. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_l$ с диагональю $B_1D = 8$ через точку K ребра B_1C_1, делящую его в отношении 3 : 5, считая от B_1 проведена прямая, параллельная прямой B_1D. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри куба.
3. Докажите, что в плоскости грани *MDC* пирамиды *MABCD* (*ABCD* — параллелограмм) нет ни одной прямой, параллельной прямой *AP* (*P* — середина *BC*).

Вариант 2

1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки K и F — середины ребер A_1B_1 и B_1C_1 соответственно; M и P — точки пересечения диагоналей граней A_1D_1DA и DCC_1D_1 соответственно.

а) Заполните таблицу расположения прямых и углов между ними.

Прямые	Их расположение	Угол между ними
KF и MP		
KM и FP		
KF и BD		
DC_1 и KF		
FP и AD		
MP и B_1C		

б) Найдите длину наибольшей стороны многоугольника, являющегося сечением куба, проходящим через точки M, F и K, если ребро куба равно a.
2. В тетраэдре *ABCD* все ребра которого равны 12, точка M — середина ребра *BD*, точка P делит ребро AC в отношении 5 : 7, считая от С. Найдите длину отрезка прямой, проходящей через точку P параллельно прямой CM, заключенного внутри тетраэдра.
3. Докажите, что в плоскости грани BB_1C_1C призмы $ABCA_1B_1C_1$ нет ни одной прямой, параллельной прямой *АК* (*К* — середина ребра A_1B_1).
4.

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. В правильном тетраэдре *ABCD* с ребром a точка M лежит на отрезке AC; $MC = x$.

а) Постройте сечение, проходящее через точку M и параллельное прямым DC и AB.

б) Найдите периметр сечения.

в) Найдите площадь сечения.

2.В треугольной призме $ABCA_1B_lC_1$ M, K, N и P — внутренние точки ребер BB_1 B_1C_1, A_1C_1 и AA_1 соответственно, причем прямые *MN* и *KP* пересекаются. Прямые MK и BC пересекаются в точке X_1 прямые *NP* и *AC* — в точке X_2, а MP и *AB* — в точке X_3. Найдите длину отрезка X_1X_3, если X_1X_2 — 10, $X_2X_3 =12$
3.Трапеция $A_1B_1C_1D_1$ является изображением трапеции ABCD с основаниями $AB = 2$ и CD — 8. Найдите площадь трапеции $A_1B_1C_1Д_1$, если около нее можно описать круг с диаметром C_1D_1 и $A_1B_1 = \sqrt{6}$.

Вариант 2

1. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра равны a; L — середина A_1B_1, M лежит на AC; $MC = x$.

а) Постройте сечение, проходящее через точку M и параллельное прямым AB и CL.

б) Определите площадь сечения.

2. В тетраэдре *ABCD* M, N и P — внутренние точки ребер *AD*, *DB* и *DC* соответственно, причем прямые MP и AC пересекаются в точке Y_1 прямые *PN* и BC — в точке $У_2$, прямые MN и AB — в точке $У_3$. Найдите длину отрезка $У_2У_3$. если $У_1У_2 = 3$, $У_1У_3 = 5$.

3. Равнобедренная трапеция $A_1B_1C_1D_1$ является изображением трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 2$ и $CD = 8$. Найдите площадь трапеции $A_lB_1C_lD_1$ если в нее можно вписать круг с диаметром 9.
4.

Контрольная работа №4

Вариант 1

1. Плоскость α_1 параллельна плоскости β_1, а плоскость α_2 параллельна плоскости β_2; α_1 пересекает α_2 по прямой a; β_1 пересекает β_2 по прямой b. Как могут быть расположены прямые a и b?
2. Точка M лежит на ребре A_1B_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром a; $B_1M:A_1M = 2:1$.

а) Через точку M проведите сечение, параллельное плоскости AB_1C_1.

б) Найдите периметр сечения.

в) Найдите площадь сечения.

г) В каком отношении плоскость сечения делит отрезок A_1C, считая от A_1?

3. Прямая AB пересекает параллельные плоскости α, β, γ соответственно в точках A, B, С, причем $AB = 3$, $BC = 7$. Прямая MK пересекает плоскости α, β, γ соответственно в точках M, K, P, причем $MP = 10$. Найдите все значения, которые может принимать длина MK.

Вариант 2

1. Прямые a и b параллельны. Прямая a параллельна плоскости α, прямая b параллельна плоскости β. Как могут быть расположены плоскости α и β?
2. В правильном тетраэдре $ABCD$, ребро которого равно a, DO — высота тетраэдра, M — середина DO.

а) Через точку M проведите сечение, параллельное плоскости BCD.

б) Найдите периметр сечения.

в) Найдите площадь сечения.

г) В каком отношении плоскость сечения делит высоту тетраэдра AF, считая от A?

3. Прямая AB пересекает параллельные плоскости α, β, γ соответственно в точках A, B, C, причем $AB = 14$, $BC = 4$. Прямая MK пересекает плоскости α, β, γ соответственно в точках M, K, P, причем $MP = 10$. Найдите все значения, которые может принимать длина MK.

Контрольная работа №5

Вариант 1

1. Дан ромб $ABCD$, точка M не лежит в его плоскости; $AM = MB = MC$; прямая DM перпендикулярна плоскости ABC. Найдите углы ромба.
2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 2.

а) Докажите, что прямая A_1C_1 перпендикулярна плоскости BDD_1

б) Докажите, что плоскость A_1C_1D перпендикулярна прямой BD_1

в) Через точку K (середину C_1D_1) проведите прямую, перпендикулярную плоскости A_1C_1D).

г) Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри куба.

д) В каком отношении плоскость A_1DC_1 делит данный отрезок, считая от точки K?

3. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ диагональ которого равна 6, через внутреннюю точку M диагонали BD_1 проведено сечение, перпендикулярное этой диагонали. Как меняется сумма внутренних углов сечения в зависимости от x, если $x = MB$, $x \in (0; 6)$?

Вариант 2

1. Дана трапеция $ABCD$ $(AB \parallel CD)$; $\angle ADC = 50°$; точка M не лежит в плоскости трапеции; $MD = MC = MB$; прямая MA перпендикулярна плоскости ABC. Найдите углы трапеции.
2. В правильном тетраэдре $ABCD$ с ребром 2 точка M — середина DB.

а) Докажите, что DB перпендикулярна плоскости AMC.

б) Через точку пересечения медиан треугольника ADC проведите прямую, перпендикулярную плоскости AMC.

в) Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри тетраэдра.

г) В каком отношении делит этот отрезок плоскость AMC, считая от точки М?

д) Найдите площадь сечения тетраэдра плоскостью, проходящей через середину CM перпендикулярно прямой АС.

3. Все ребра тетраэдра $ABCD$ равны между собой. Через точку M, лежащую на медиане AK ($AK = 6$) грани ABC, проведено сечение, перпендикулярное прямой AK. Как меняется сумма внутренних углов сечения тетраэдра этой плоскостью в зависимости от x, если $x = AM$, $x \in (0; 6)$?

Контрольная работа №6

Вариант 1

1. Плоскость, пересекающая отрезок AB, делит его в отношении $3 : 7$, считая от A. Расстояние от середины этого отрезка до плоскости равно 4. Найдите расстояние от точки B до этой плоскости.
2. Длины всех ребер тетраэдра равны 6. Все вершины тетраэдра одинаково удалены от некоторой плоскости. Найдите расстояние от вершины тетраэдра до этой плоскости (рассмотрите два случая).
3. В ромбе $ABCD$ острый угол $A = \alpha$, $AB = a$. Расстояние от точки M до плоскости ромба равно a; M_1 — проекция точки M на плоскость ромба — лежит на отрезке AC и $M_1A = 3M_1C$. Найдите расстояние от точки M до вершин ромба и прямых, содержащих его стороны.

Вариант 2

1. Плоскость, пересекающая отрезок АВ, делит его в отношении $2:5$, считая от точки В. Найдите расстояние от середины этого отрезка до плоскости, если расстояние от точки В до этой плоскости равно 10.
2. Длины всех ребер тетраэдра равны между собой. Все вершины тетраэдра одинаково удалены от некоторой плоскости на расстояние 6. Найдите длину ребра тетраэдра (рассмотрите два случая).
3. В ромбе $ABCD$ тупой угол $\angle A = \alpha$, $AB = a$. Расстояние от точки M до плоскости ромба также равно a; M_1 — проекция точки M на плоскость ромба — расположена на луче АС так, что $M_1A = \frac{3}{2}AC$. Найдите расстояние от M до вершин ромба и прямых, содержащих его стороны.

Контрольная работа №7

Вариант 1

1. Отрезок AC — проекция наклонной AB на плоскость ACD. Лучи AD и AC образуют угол 30°. Найдите угол между прямой AB и плоскостью ACD, если угол между прямыми AB и AD равен 60°.
2. Сторона AB треугольника ABC лежит в плоскости ABM, а сторона BC образует с этой плоскостью угол φ. Какой угол образует с этой плоскостью сторона AC, если: а) треугольник ABC — равносторонний; б) $AB=AC$, $\angle CAB = 90°$?
3. Из одной точки к плоскости проведены две наклонные, образующие между собой угол β, а с плоскостью — углы, равные φ. Найдите угол между их проекциями.

Вариант 2

1. Отрезок AC — проекция наклонной AB на плоскость $ACT)$. Угол DAB равен 45°. Найдите угол между лучами AD и AC, если угол между наклонной AB и плоскостью DAC равен 30°.

2. Сторона AB параллелограмма $ABCD$ лежит в плоскости ABM, а сторона BC образует с этой плоскостью угол γ. Какой угол образует с этой плоскостью диагональ BD, если: *а)* $ABCD$— квадрат; *б)* $ABCD$ — ромб, $\angle B = 120°$?

3. Две наклонные, проведенные из одной точки к плоскости, образуют с ней углы, равные φ. Их проекции образуют угол β. Найдите угол между наклонными.

Контрольная работа №8

Вариант 1

1. Дан ромб $ABCD$ с углом A, равным 60°. Прямая MA перпендикулярна плоскости ромба, $AB = a$, $AM = 2a$. Найдите углы между плоскостями: а) AMB и ABC; б) AMB и AMD; в) MDC и ABC; г) MAD и MBC; д) MDC и BCM.

2. Угол между плоскостями ABC и ABD равен 60°, $DA || AB$, $CB || AB$, $AD = 2$, $AB = 4$, $CB = 3$. Найдите: а) CD; б) угол между прямой CD и плоскостью ABC.

3. Точка M лежит внутри двугранного угла 45° и удалена от его граней на расстояния 4 и 3 $\sqrt{2}$. Найдите расстояние от M до ребра двугранного угла.

Вариант 2

1. Дан ромб $ABCD$ с углом A, равным 60°. Прямая MA перпендикулярна плоскости ромба, $AB = 2a$, $AM = a$. Найдите углы между плоскостями: *а)* AMB и ABC; б) AMB и AMD; *в)* MDC *и* ABC; г) MAD и MBC; д) MDC и MBC.

2. Плоскости ABC и ABD образуют угол 60°, $DA \parallel AB$, $CB \parallel AB$, AD = 4, AB = 3, CB = 2. Найдите: а) CD; б) угол между прямой CD и плоскостью ABC.

3. Точка M лежит внутри двугранного угла величиной 120° и удалена от его граней на расстояния 4 и 6. Найдите расстояние от M до ребра двугранного угла.

Контрольная работа №9

Вариант 1

1. Все плоские углы выпуклого многогранного угла равны 63°. Какова может быть сумма всех плоских углов этого многогранного угла?

2. Точка M лежит внутри трехгранного угла с вершиной K, все плоские углы которого — прямые, и удалена от его граней на расстояния 3, 4 и 12. Найдите углы, которые образует прямая KM со всеми гранями и ребрами трехгранного угла.

3. Дан трехгранный угол $OABC$, $\angle AOB = \angle AOC ==$ arctg $\sqrt{2}$, $\angle BOC = 90°$. Найдите:

а) двугранный угол при ребре *OA;*

б) угол наклона ребра OA к плоскости *OBC;*

в) угол наклона ребра OC к плоскости *OAB;*

г) угол BPM, где P — проекция точки B на плоскость AOC, M — проекция точки P на плоскость AOB.

Вариант 2

1. Все плоские углы выпуклого многогранного угла равны 50°. Какова может быть сумма всех плоских углов этого многогранного угла?

2. Точка M лежит внутри трехгранного угла с вершиной K, все плоские углы которого — прямые, и удалена от его граней на расстояния 9, 12 и 8. Найдите углы, которые образует прямая KM со всеми гранями и ребрами трехгранного угла.

3. Дан трехгранный угол $OMPK$, $\angle MOP = \angle MOK = \arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$, двугранный угол при ребре OM равен 120°. Найдите:

а) угол *POK;*

б) двугранный угол при ребре *OP;*

в) угол наклона ребра OP к плоскости *MOK;*

г) угол *KCE,* где С — проекция точки *K* на плоскость *MOP, E* — проекция точки *C* на плоскость *MOK.*

Контрольная работа №10

Вариант 1

1. В цилиндре с высотой h и радиусом основания R проведены два пересекающихся сечения. Найдите длину их общего отрезка, если:

а) плоскости сечений параллельны оси цилиндра;

б) плоскости сечений проходят через середину оси и параллельные между собой хорды оснований.

2. Цилиндр с высотой 8 и радиусом основания 3 имеет с каждой из параллельных плоскостей одну общую точку. В каких пределах может изменяться расстояние между этими плоскостями?

3. Угол в осевом сечении конуса равен 120°. Через две образующие конуса проведено сечение под углом 60° к основанию. Найдите углы этого сечения.

4. Осевое сечение конуса — прямоугольный треугольник с гипотенузой a. В конус вписан цилиндр с радиусом основания r. Найдите высоту цилиндра, если:

а) основание цилиндра лежит на основании конуса;

б) образующая цилиндра лежит на диаметре основания конуса.

Вариант 2

1. В цилиндре с высотой h и радиусом основания R проведены два сечения, образованные плоскостями, проходящими через центр нижнего и две хорды верхнего основания. Найдите длину их общего отрезка,если:

а) хорды параллельны;

б) хорды имеют общую точку на окружности основания.

2. Цилиндр с высотой 6 и радиусом основания 4 имеет с каждой из параллельных плоскостей одну общую точку. В каких пределах может изменяться расстояние между этими плоскостями?

3. Через вершину конуса проведено сечение под углом 2α к основанию. Найдите углы этого сечения, если образующая конуса наклонена к основанию под углом α.

4. Осевое сечение конуса — равносторонний треугольник с высотой h. В конус вписан цилиндр с образующей l. Найдите радиус основания цилиндра, если:

а) основание цилиндра лежит на основании конуса;

б) образующая цилиндра лежит на диаметре основания конуса.

Контрольная работа №11

Вариант 1

1. Две сферы, радиусы которых равны 7 и 5, имеют общее сечение, диаметр которого равен 8. Найдите расстояние между центрами этих сфер.

2. Два шара, радиусы которых равны 2 м и 8 м, касаются каждой из трех попарно перпендикулярных между собой плоскостей. Чему может быть равно расстояние между центрами этих шаров?

3. Ребро основания правильной треугольной призмы равно 6. Шар касается всех ребер этой призмы. Найдите: а) радиус шара; б) высоту призмы.

4. В правильной пирамиде *MABCD* высота *MO* равна h, а боковые грани — правильные треугольники. Найдите длину линии пересечения поверхности пирамиды с поверхностью сферы, если: а) MO — радиус сферы с центром М; б) MO — диаметр сферы.

Вариант 2

1. Две сферы, радиусы которых равны 9 и 5, имеют общее сечение, диаметр которого равен 6. Найдите расстояние между центрами этих сфер.

2. Два шара, радиусы которых равны 3 м и 4 м, касаются каждой из трех попарно перпендикулярных между собой плоскостей. Чему может быть равно расстояние между центрами этих шаров?
3. Все ребра правильной шестиугольной призмы равны 8. Шар касается всех ребер этой призмы. Найдите: а) радиус шара; б) высоту призмы.
4. В правильном тетраэдре $MABC$ высота MO равна h. Найдите длину линии пересечения поверхности тетраэдра с поверхностью сферы, если:

а) MO — радиус сферы с центром M;

б) MO — диаметр сферы.

Контрольная работа №12

Вариант 1

1. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ плоские углы при вершине M равны $60°$. Точка K лежит на стороне основания AD и делит ее в отношении $1:3$, считая от A. Найдите угол между прямой KM и плоскостью DMC.
2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром b. Точка K лежит на ребре AD и делит его в отношении $1:2$, считая от А; точка P — середина ребра DC.

а) Постройте сечение куба плоскостью B_1KP.

б) Найдите величину двугранного угла $B_1(KP)B$.

в) Найдите площадь сечения.

3. Высота DH правильного тетраэдра $DABC$ равна h и является диаметром шара. Найдите длину линии пересечения поверхности тетраэдра и сферической поверхности.

Вариант 2

1. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ угол наклона бокового ребра к плоскости основания равен 45°. Точка K лежит на стороне основания CD и делит ее в отношении $5:3$, считая от C. Найдите угол между прямой KM и плоскостью DMA.
2. В правильной четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро основания равно 8 см, а высота равна 8,8 см. Точка K лежит на ребре основания AD и делит его в отношении $5:3$, считая от D; P — середина ребра AB.

а) Постройте сечение куба плоскостью C_1KP.

б) Найдите величину двугранного угла $C_1(KP)C$.

в) Найдите площадь сечения.

3. Ребро правильного тетраэдра $DABC$ равно a. Точка M лежит на высоте тетраэдра CH и делит ее в отношении $1:3$, считая от H. При этом точка M является центром шара, касающегося ребра AB. Найдите длину линии пересечения поверхности тетраэдра и сферической поверхности.

11 класс

Раздел «Алгебра и начала математического анализа»

Контрольная работа №1

1. Решите уравнение

а) $2^{2x+|x|}=\frac{1}{3}$

б) $3\cdot 4^{x}+\frac{1}{3}\cdot 9^{x+2}=6\cdot 4^{x+1}-\frac{1}{2}\cdot 9^{x+1}$

2. Решите неравенство

$6^{3x-2}\le 2^{2x}\cdot 5^{5x-6}$

3. Упростите выражение

$\left(\frac{1}{4}\right)^{9\log_8\frac{3-\sqrt{5}}{2}}+4\log_{2\sqrt[3]{2}}\left(5+3\sqrt{5}\right)$

4. Найдите наименьшее значение функции $y=7^{x^2+2x}$

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Решите уравнение $(x^2$ - 4) $\log_3(1$ - x^2 - $3x)$ = 0.

2. Решите неравенство $6^{3x-2}\le 2^{2x}3^{5x-6}$.

3. Решите уравнение

$\log_2(2^x+1)+\log_{\frac{\sqrt{3}}{3}}3=\log_2 3-x$

4. Решите неравенство $\log_2\sin x-3\log_{\sin x}2>2.$

5. Решите уравнение $\log_2\cos x=\log_4\sin 2x$.

6°**.** Сравните числа $\log_7 8$ и $\log_6 7$.

Вариант 2 К-3

1. Решите уравнение $(x^2$ - x - 2) $\log_2(x^2$ - $4x$ + 4) = 0.

2. Решите неравенство $7^{tgx}+7^{ctg\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}\le\frac{50}{7}$.

3. Решите уравнение

$\log_9^2(27x)-2\log_3\frac{\sqrt{3x}}{3}=4^{0,5+\log_8 2\sqrt{2}}$.

4. Решите неравенство $\log_{x^2-\frac{5}{4}}(4^x-3\cdot 2^{x+1}+9)\le 0$.

5. Решите уравнение $\log_{\sqrt{3}}(-\sin x)=\frac{1}{2}+\log_3\frac{\sin 2x}{2}$.

6°. Сравните числа $\log_{24}72$ и $\log_{12}18$.

Контрольная работа № 3

Вариант 1

1. Найдите решение дифференциального уравнения $y' = xy^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 2$.

2. Материальная точка массы m=1 движется по прямой под действием силы, которая меняется по закону $F(t) = 8 - 12t$. Найдите закон движения точки $x = x(t)$, если в момент времени $t = 0$ ее координата равна 0 и скорость равна 1. В какой момент времени скорость точки будет максимальной?

3. Функция $y = f(x)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' + 9y = 0$ и начальным условиям $f(0) = 3$, $f'(0) = 9$. Найдите ее наименьшее значение на отрезке $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6}\right]$.

4°. Для функции $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{при } x < 0 \\ \sin x & x \geq 0 \end{cases}$ найдите первообразную F, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$. Постройте график первообразной.

Вариант 2

1. Найдите решение дифференциального уравнения $x^2y' = y^3$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

2. Найдите кривую, проходящую через начало координат, если перперпендикуляр к любой касательной к этой кривой, проведенной через точку касания, пересекает ось Ox в точке, абсцисса которой на 2 единицы больше абсциссы точки касания.

3. Функция $y = f(x)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' + 16y = 0$ и начальным условиям $f(0) = 2$, $f'(0) = -8$. Найдите ее наибольшее значение на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$.

4°. Для функции $f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{при } x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$ найдите первообразную F, график которой проходит через точку $M(1; 2)$. Постройте график этой первообразной.

Контрольная работа № 4

Вариант 1

1. Вычислите интеграл $\int_{0,5}^{1} \frac{2x\,dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

2. Решите неравенство $\int_0^1 (2t^3z - t^2)\,dz \geq 0$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 0,5x^2 — 3x + 2$ и $y = x — 4$.

4°. При каких значениях x, $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, обращается в нуль та из первообразных функции $f(x) = 2\cos 2x — \sin x$, которая при $x = \pi$ имеет значение, равное -1?

Вариант 2

1. Вычислите интеграл $\int x^2 \sqrt{1+x^3}\,dx$.

2. Решите неравенство $\int (tz^3 + z^2)\,dt > 0$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 - 6x+4$: и $y = 4 - x^2$?

4°. Напишите уравнение касательной, параллельной оси абсцисс, к графику функции $f(x)=\int(\sin t-\sin 2t)dt,\ x\in\left[\frac{3\pi}{2};\frac{7\pi}{4}\right]$.

Контрольная работа № 5

Вариант 1

1. Найдите предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x+15}{3x+1}\right)^{x-1}$.

2. Исследуйте на экстремум и монотонность функцию $f(x) = x^2$-ln(2x-1).

3. Найдите кривую, проходящую через точку $M\ (2;\frac{1}{2})$, зная, что угловой коэффициент касательной в каждой точке этой кривой равен отношению ординаты этой точки к ее абсциссе, взятому с противоположным знаком.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2^{3-x}$, $y = 4^x$ y=16.

5. Найдите все корни уравнения $|\cos x| = 2\cos x+\sin x$, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

6°. При каких значениях a уравнение $4^x-(a+3)\cdot2^x+4a-4=0$ имеет один корень?

Вариант 2

1. Найдите предел $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{\ln(1+tg\,2x)}{\ln\_\,1+\sin 3x}\right)$.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=\frac{25^x-2\cdot5^{x+1}}{\ln 5}$ на отрезке [0; 2].

3. Скорость охлаждения тела по закону Ньютона пропорциональна разности температур тела и среды. В резервуаре с температурой 10° тело остыло от 100° до 70° за 30 мин. Через сколько минут оно остынет до 50°?

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 2,\ y = 4,\ x=1.$

5. Найдите все корни уравнения $2\,|\sin x|\cos x= \sin^2 x$, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

6°. При каких значениях a уравнение $25^x-(a-4)\cdot5^x-2a^2+10a-12=0$ не имеет действительных корней?

Контрольная работа № 6

Вариант 1

Решите уравнения:

1. $\sqrt{7-\sqrt{x^2-4x+4}}=x-3$.

2. $\sqrt{1-2\cos x}=\sin x$

3. $\sqrt[3]{x+5}=\sqrt{x+1}$.

Решите неравенства:

4. $\sqrt{2x+7}-\sqrt{5-x}>\sqrt{x}$

5. $\sqrt{\log_2 x-\log_4\sqrt{2x}}>0{,}5$.

6°. $7+2x\ge2\sqrt{x^2+9x}+\sqrt{x}-\sqrt{x+9}$.

Вариант 2

Решите уравнения:

1. $x+\sqrt{3+\sqrt{x^2-2x+1}}=4$.

2. $\sqrt{2-\sqrt{3}\sin x}=\sqrt{2}\cos x$

3. $\sqrt{2x^2-5x+12}+2x^2+5x^2=5x$.

Решите неравенства:

4. $\sqrt{5-x^2}\ge x+1$

5. $2^{x+\sqrt{x}}+4^x\le 6\cdot 4^{\sqrt{x}}$.

6°. $\sqrt{3-x}+\sqrt{x-1}\ge 3^{2-x}+3^{x-2}$.

Контрольная работа № 7

Вариант 1

1. Постройте график уравнения $x^2+y^2 - 2y - 8 = 0$.

2. При каких значениях a система уравнений

$$\begin{cases}(a+1)x+y=3\\ 2x-(a-2)y=6\end{cases}$$

не имеет решений?

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}x+y-2xy=-1\\ x^2+y^2+3xy=11\end{cases}.$$

4. На нефтепромысле сначала работали две буровые установки, а через некоторое время вступила в строй третья установка, в результате чего производительность нефтепромысла увеличилась в 2 раза. Сколько процентов производительность второй установки составляет от производительности первой, если известно, что за три месяца первая и третья установки выдают нефти столько же, сколько вторая за полтора года?

5. Решите уравнение tg$x$=tg$3x$.

6°. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}x+y=10\\ xy-z^2=25\end{cases}.$$

Вариант 2

1. Постройте график уравнения $|x—1| + |y|=2$.

2. При каких значениях b система

$$\begin{cases}x-(b-1)y=2\\ (b+2)x+2y=4+b^2\end{cases}$$

имеет бесконечно много решений?

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}x^3+2x^2y-3y^3=0\\ x^2+y^2=2\end{cases}$$

4. Из A в B и из B в A одновременно вышли два пешехода. Когда первый прошел половину пути, второму осталось пройти 15 км, а когда второй прошел половину пути, первому осталось пройти 8 км. Сколько километров останется пройти второму пешеходу, когда первый закончит переход?

5. Решите уравнение ctg$2x$ = ctg$5x$.

6°. Решите систему $\begin{cases} x^2+4y^2+8=z \\ 6x+4y-z\ge 2 \end{cases}$.

Контрольная работа № 7*

Вариант 1

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{xyz}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{y+z}{xyz}=\dfrac{5}{6} \\ \dfrac{x+z}{xyz}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_3\left(1+\sqrt{x+y}\right)=1-\log_9 x \\ x^3+x^2y=4 \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-y=\dfrac{\pi}{6} \\ \cos x+\sin 2y=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

4. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств и найдите площадь полученной фигуры:

$$\begin{cases} x^2+y^2\le 1 \\ y\ge |x|-1 \end{cases}$$

5°. При каких значениях a система уравнений

$$\begin{cases} y-\sqrt{x}=a \\ y-x=1 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

Вариант 2

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=10 \\ x_1+x_2-x_3-x_4=-4 \\ x_1-x_2+x_3-x_4=-2 \\ x_1-x_2-x_3+x_4=0 \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-3y}=x-y \\ 2^{x+1}-6=2^y \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \cos(x+y)=2\cos(x-y) \\ \sin x\sin y=-\dfrac{1}{4} \end{cases}$$

4. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств и найдите площадь полученной фигуры:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \le 2x \\ |y| + 1 \le x \end{cases}$$

5°. При каких значениях *a* система уравнений

$$\begin{cases} y - x = 0 \\ y = \sqrt{x - a} \end{cases}$$

имеет единственное решение?

Контрольная работа № 8

Вариант 1

1. Представьте в тригонометрической форме:

а) $z = 2i$, б) $z = 1 + \cos 2\alpha + i \sin 2\alpha \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$.

2. Пусть $z_1 = \sqrt{3} + i, z_2 = -\sin\frac{\pi}{24} + i\cos\frac{\pi}{24}$. Вычислите $(z_1 z_2)^8$.

3. Изобразите на рисунке множество точек *z* комплексной плоскости, удовлетворяющих условию

$$\begin{cases} 2 \le |z - i| \le 4 \\ 0 \le \operatorname{Re} z \le 2 \end{cases}.$$

4°. Найдите наименьшее и наибольшее значения $|z|$, если $z = \sin 2\alpha + i(\sin\alpha + \cos\alpha)$.

Вариант 2

1. Представьте в тригонометрической форме:

а) $z=1—\sqrt{2}$; б) $z= 1 - \cos 2\alpha + i \sin 2\alpha \left(\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}\right)$.

2. Пусть $z_1 = \cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}$, $z_2=1 - i\sqrt{3}$. Вычислите $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{12}$.

3. Изобразите на рисунке множество точек *z* комплексной плоскости, удовлетворяющих условию $|z - 3|=2|z|$.

4°. Найдите наибольшее и наименьшее значения $|z|$, если $z = 3\sin\alpha + i\cos\alpha$.

Контрольная работа № 9

Вариант 1

1. Решите уравнение на множестве комплексных чисел $6x^4-19x^3+25x^2-19x+6=0$.

2. Решите в комплексных числах уравнение $z^2 + \bar{z} = 0$.

3. При каком значении $a \in R$ число

$$x_1 = \frac{8}{\left(\sqrt{2}\left(\sin\frac{3\pi}{20} + i\cos\frac{3\pi}{20}\right)\right)^5}$$

является корнем уравнения $x^3-(a + 3)x^2 + 6a^2x + a^2-5 = 0$?

Найдите остальные корни уравнения при найденном значении *a*.

4. Решите уравнение $3\sin x + 4\cos x = 5\cos 3x$.

5. Решите неравенство $(2^x - 3)(2x^2 - 7x + 6)<0$.

6°. Решите в целых числах уравнение $2x + 3y = 7$.

Вариант 2

1. Решите уравнение на множестве комплексных чисел
$10x^4 + 39x^3 + 49x^2 + 39x + 10 = 0$.

2. Решите в комплексных числах уравнение $|z| - 2z = 2i - 1$.

3. При каком значении $b \in R$ число

$$x_1 = \frac{32}{\left(\sqrt[6]{2}\left(-\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right)\right)^{27}}$$

является корнем уравнения
$x^3 - (b + 6)x^2 + 8b^2x - 7 + b^2 = 0$?
Найдите остальные корни уравнения при найденном значении b.

4. Решите уравнение $5 \sin x - 12 \cos x = 13 \sin 5x$.

5. Решите неравенство $\frac{3^x - 5}{2x^2 - 5x + 3} > 0$.

6°. Решите уравнение в целых числах $2xy - 3y^2 - 4y + 2x = 2$.

Контрольная работа № 10

Вариант 1

1. Сколько чисел, меньших 10^5, можно записать из цифр 7, 6, 4? Сколько среди них нечетных?

2. Найдите сумму четырехзначных чисел, полученных при всевозможных перестановках цифр 3, 7, 7, 5.

3. Найдите все корни уравнения

$$\sqrt{3\sin 2x + 2\cos^2 x} = 2\sqrt{2}\sin x$$

принадлежащие $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

4°. Докажите, что $5^n + 12n + 15$ при любом натуральном n кратно 16.

Вариант 2

1. Сколько существует различных треугольников, длины сторон которых принимают значения: 8, 10, 12 и 14 см? Сколько среди них равносторонних, равнобедренных и разносторонних?

2. Сколько чисел, меньших 1000, можно составить из цифр 5, 7 и 3?

3. Найдите все корни уравнения

$\sqrt{2 + 3\sin x \cos x - 2\cos 2x} = -\cos x$, принадлежащие $[0; \pi]$.

4°. Докажите, что $3^n + 5^n + 7^n + 1$ кратно 4 при любом натуральном n.

Контрольная работа № 11

Вариант 1

1. На карточке спортлото написаны числа от 1 до 49. Какова вероятность того, что наугад зачеркнутое число на этой карточке кратно 6?

2. В магазин вошли 11 покупателей. Вероятность совершить покупку каждым из них равна 0,1. Какова вероятность того, что 7 из них совершат покупку?

3. Решите неравенство $3^x<6^{2x-1}$.

4. Решите уравнение $\sin^4 x + \cos^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0{,}25$, если $x \in \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

5°. При каких значениях a неравенство $\log_{\frac{3-a}{3}}\left(x^2+\frac{1}{4}\right)<2$ выполняется при любом действительном значении x?

Вариант 2

1. В круг радиуса 10 см вписан квадрат. Какова вероятность того, что наугад поставленная в данном круге точка не попадет на квадрат?

2. Из последовательности чисел 101, 102, 103,…, 200 выбирают подряд с возвращением 10 чисел. Какова вероятность того, что среди них кратных 8 будет не более одного?

3. Решите неравенство $\log_2^2 (x-1)^2<4$.

4. Решите уравнение $\sin^4 x+\cos^4 x = 0{,}5 + \cos 2x$, если $x\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$

5°. При каких действительных значениях a неравенство $2(1-a)\cdot 9^{2x} + a<1+(2-a)3^{4x+1}$ не имеет решений?

Контрольная работа № 12

Вариант 1

1. Дана функция $f(x)=\sqrt{\frac{x}{\sin x}}+\sqrt{\frac{10-x^2}{x^4-11x^2+18}}$.

а) Найдите область определения функции f.

б) Назовите хотя бы одно рациональное и одно иррациональное число из области определения f.

в) Является ли функция f четной или нечетной?

г) Найдите предел функции f при $x\to 0$.

2. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами сумма первого и третьего членов равна $\frac{15}{16}$, разность между первым и пятым членами равна $\frac{15}{16}$. Найдите отношение суммы квадратов членов прогрессии к квадрату суммы всех ее членов.

3. В правильную четырехугольную пирамиду, объем которой V, вписана правильная четырехугольная призма, вершины верхнего основания которой лежат на боковых ребрах пирамиды, а плоскость нижнего основания призмы является плоскостью основания пирамиды. Найдите наибольший возможный объем призмы.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривой $y = \sqrt{2x}$ касательной к этой кривой в точке с абсциссой $x_0 = 0{,}5$, и прямой $y = 0$.

5. Решите уравнение

$\sin 2x(3 \sin 2x - \cos \frac{x}{2} = \cos 2x(2+\sin \frac{x}{2} - 3\cos 2x)$

Вариант 2

1. Дана функция $f(x)=\frac{x^2}{\sin 3x}+\frac{tgx\sqrt{3-x^2}}{1-x^2}$

а) Найдите область определения функции f.

б) Назовете хотя бы одно рациональное и одно иррациональное число из области определения f.

в) Выясните, является ли функция f четной или нечетной.

г) Найдите $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

2. Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна $\frac{3}{4}$, второй ее член равен $-\frac{1}{3}$. Найдите сумму квадратов всех членов этой прогрессии.

3. Каждая из боковых сторон и меньшее основание трапеции равны *a.* Найдите большее основание трапеции так, чтобы ее площадь была наибольшей.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривой $y = x^2 + 1$, касательной к ней в точке с абсциссой $x_0=1$, и прямой $x = 0$.

5. Решите уравнение $3^{\sin x} = 4 - \cos^2 \frac{4x}{3}$.

Контрольная работа № 13

Вариант 1

1. Найдите все действительные значения *x* и *y,* при которых комплексные числа

$z_1=\log_y\left(\frac{x}{2}\right)+2xi$ и $z_2=\log_{\frac{x}{2}} y-yi$

будут сопряженными.

2. Найдите все решения уравнения $\sin^4 \frac{x}{2} + \sin^4\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{4}(1-\sin 2x)$, принадлежащие $[0; 2\pi]$.

3. Решите неравенство $4^{x^2-x+2} + 64^x < 17\cdot 2^{x^2+2x}$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линией $y = x^3-3x$ и касательной к ней в точке с абсциссой $x_0= — 1$.

5. В основании четырехугольной пирамиды *EABCD* лежит квадрат *ABCD.* Ребро *ED* является высотой пирамиды. Длина высоты равна длине сторон основания пирамиды и равна 3 дм. Найдите наибольший объем пирамиды, вершина которой лежит на ребре *AD,* а основанием является сечение пирамиды *EABCD* плоскостью параллельной прямым *BC* и *ED.*

Вариант 2

1. Найдите все действительные значения *a*, при которых равны комплексные числа $z_1 = 3 + 2a + i(a^4 + 2)$ и $z_2 = 6 — a^2 + i(4 — a)$.

2. Решите неравенство $\log_2(5 - x^2)>\log_2(|x| — 1)$.

3. Найдите все значения *a*, при которых уравнение

$x^2 — x \cos \alpha — 0{,}5 \cos 4\alpha = 0$

имеет два действительных различных корня, сумма квадратов которых равна 0,25.

4. Найдите объем фигуры, полученной при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, граница которой задана уравнениями $y = x^3 +1$, $x = 2$, $y = 0$.

5. $ABCA_1B_1C_1$— правильная треугольная призма. Через ребро основания *AB* и точку *M,* взятую на ребре B_1C_1, проведено сечение. Найдите наибольшую и наименьшую площади сечения, если высота призмы равна 2 см, а высота основания 3 см.

Раздел «Геометрия»

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. В ромбе *ABCD* сторона равна 6, $\angle A = 60°$. Точка *K* лежит на стороне *CD* так, что *CK* = 2. Из точки *K* к плоскости ромба проведен перпендикуляр *KM,* длина которого равна 6. Найдите:

а) угол между прямой *AD* и плоскостью *MCD;*

б) величину двугранного угла *M(AB)D;*

в) расстояние между прямыми MK и *BD;*

г) угол между прямыми MC и *BD.*

2. Угол при вершине осевого сечения конуса равен *x.* При каком значении *x* отношение радиуса вписанного в конус шара к высоте конуса равно 0,1?

3. В шаре перпендикулярно диаметру проведено сечение, делящее диаметр на отрезки 1 и 3. Найдите образующую равностороннего цилиндра, одно из оснований которого лежит на плоскости сечения, а окружность другого — на сферической поверхности.

Вариант 2

1. В ромбе *ABCD* сторона равна 8, $\angle A = 120°$. Точка *K* лежит на стороне *CD* так, что *CK* = 2. Из точки *K* к плоскости ромба проведен перпендикуляр KM, длина которого равна 4. Найдите:

а) угол между прямой *AD* и плоскостью *MCD;*

б) величину двугранного угла *M(AB)D;*

в) расстояние между прямыми MK и *BD;*

г) угол между прямыми MC и *BD.*

2. Угол при вершине осевого сечения конуса равен *x.* При каком значении *x* отношение радиуса описанного около конуса шара к высоте конуса равно 10?

3. В шаре перпендикулярно диаметру проведено сечение, делящее диаметр на отрезки 2 и 3. Найдите образующую равностороннего цилиндра, поверхность которого касается плоскости сечения и содержит центр этого сечения, а ровно одна образующая является хордой шара.

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Пусть $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$; $|\vec{c}| = 3$; $\vec{a} \perp \vec{b}$; $\vec{a} \| \vec{c}$; $\angle(\vec{b}; \vec{c}) = 60°$. Найдите:

а) $\vec{a}\,\vec{b}$, $\vec{a}\,\vec{c}$, $\vec{b}\,\vec{c}$;

б) $|\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}|$;

в) угол между векторами $\vec{x} = \vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ и $\vec{y} = \vec{b} - \vec{c}$;

г) все такие числа α, при которых векторы $\vec{m} = 3\vec{a} + \alpha\vec{b} - \vec{c}$ и $\vec{x} = \vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ ортогональны;

д) такие значения t, при которых длина вектора $\vec{p} = 3\vec{a} + 2t\vec{b} - (t + 1)\vec{c}$ наименьшая.

2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ длины всех ребер равны 1. Медианы треугольника *ABC* пересекаются в точке М. Найдите:

а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB_1}$, б) $\angle(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CB_1})$; в) $\overrightarrow{A_1M} \cdot \overrightarrow{C_1B}$.

3. В четырехугольной пирамиде *MABCD* грань *ABCD* — параллелограмм и $\overrightarrow{MA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{MB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{MC} = \vec{c}$.

а) Разложите $\overrightarrow{MD}$ по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

б) Пусть точка *K* — середина отрезка *AM,* точка *P* принадлежит отрезку *MC* и 3MP = PC, точка *L* принадлежит отрезку MB и $ML = 3LB$. В каком отношении разделится отрезок MD плоскостью (KLP), считая от точки М?

Вариант 2

1. Пусть $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$; $|\vec{c}| = 3$; $\vec{a} \perp \vec{b}$; $\vec{a} \perp \vec{c}$; $\angle(\vec{b}; \vec{c}) = 120°$. Найдите:

а) $\vec{a}\,\vec{b}$, $\vec{a}\,\vec{c}$, $\vec{b}\,\vec{c}$;

б) $|\vec{a} + 3\vec{b}$ -+ $\vec{c}|$;

в) угол между векторами $\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b}$ c $\vec{c}$ и $\vec{y} = 2\vec{b} + \vec{c}$;

г) все такие числа α, при которых векторы $\vec{m} = 2\vec{a} - \alpha\vec{b}$ +- $\vec{c}$ и $\vec{x} = \vec{a}$ -+ $3\vec{b}$ - $\vec{c}$ ортогональны;

д) такие значения t, при которых длина вектора $\vec{p} = 2\vec{a} - 3(t+1)\vec{b} + 2t\vec{c}$ наименьшая.

2. В правильной четырехугольной пирамиде *MABCD (ABCD* — основание) длины всех ребер равны 1. Точка *К* — середина отрезка MC, а P — точка пересечения медиан треугольника *АМВ*. Найдите:

а) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CA}$

б) $\angle(\overrightarrow{DK}; \overrightarrow{AB})$;

в) $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{DP}$.

3. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$точки *D и M* — середины ребер D_1K и B_1C_1 соответственно и $\overrightarrow{AC} = \vec{a}; \overrightarrow{AD_1} = \vec{b}; \overrightarrow{AB_1} = \vec{c}$. Разложите по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ векторы $\overrightarrow{AC_1}$ и $\overrightarrow{KM}$.

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. В пространстве заданы две точки: А(0; 2; 0) и В(0; -6; 0). Найдите геометрическое место точек *М* пространства, для которых выполняется условие *AM* = $3MB$.

2. В правильной четырехугольной пирамиде *PABCD* все ребра равны между собой, причем *A(-2;* 0; 0) и С(2; 0; 0). Найдите координаты остальных вершин, если *P* принадлежит оси Oz.

3. В пространстве заданы четыре точки: *А(1;* 1; 1), В(1;2;-2), С(9; 0; 0), D(2; 3; 4).

а) Напишите параметрические уравнения прямой ВС.

б) Напишите уравнение плоскости *ABC.*

в) Напишите уравнение сферы с диаметром *AD.*

г) Опишите взаимное расположение прямой *ВС* и этой сферы.

д) Напишите уравнение касательной плоскости в точке А к данной сфере.

е) Найдите расстояние между прямыми *ВС* и *AD.*

Вариант 2

1. В пространстве заданы две точки: А(-6; 0; 0) и В(3; 0; 0). Найдите геометрическое место точек *М* пространства, для которых выполняется условие *AM* = 2МВ.

2. Основание *ABC* правильного тетраэдра *ABCD* лежит в плоскости xOy, причем *A(1;* 0; 0), В(-1; 0; 0). Найдите координаты остальных вершин.

3. В пространстве заданы четыре точки: А(2; 0; 0), В(2; 1; -3), С(10; -1; -1), D(3; 2; 3).

а) Напишите параметрические уравнения прямой ВС.

б) Напишите уравнение плоскости *ABC.*

в) Напишите уравнение сферы с диаметром *AD.*

г) Опишите взаимное расположение прямой ВС и этой сферы.

д) Напишите уравнение касательной плоскости в точке *D* к данной сфере.

е) Найдите расстояние между прямыми ВС и *AD.*

Контрольная работа №4

Вариант 1

1. Найдите объем большего из тел, ограниченного поверхностями $2x + y - 22 + 3 = 0$ и $x^2 + y^2 + z^2 = 2z + 4x - 4y$.

2. Два конуса имеют общую высоту *n.* Углы при вершинах их осевых сечений равны β и α. Найдите объем их общей части.

3. Из прямоугольника *ABCD* со сторонами $AB = 6$ и $BC = 10$ вырезаны сектор — четверть круга с радиусом *AB* и треугольник *MCD* ($MC = MD = 5$). Полученная фигура вращается вокруг прямой *AB.* Найдите объем и площадь поверхности тела вращения.

Вариант 2

1. Найдите объем большего из тел, ограниченного поверхностями

$$x - 2y - 2z + 12 = 0 \text{ и } x^2 + y^2 + z^2 = 2y - 2x - 8z - 2.$$

2.Два конуса имеют общее основание. Расстояние между их вершинами равно d, а углы при вершинах их осевых сечений равны α и β. Найдите объем тела, состоящего из всех точек, которые принадлежат хотя бы одному из данных конусов.

3.Из полукруга диаметром АВ (АВ = 8) вырезана вписанная в него трапеция с основанием АВ и тремя другими равными сторонами. Полученная фигура вращается вокруг прямой АВ. Найдите объем и площадь поверхности тела вращения.

Контрольная работа №5

Вариант 1

1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 8 проведено сечение через вершину *D* и середины ребер A_1B_1 и B_1C_1, разделившее куб на два многогранника. Для каждого из них найдите количество вершин, ребер, граней и диагоналей. Для многогранника, содержащего вершину *B*, найдите длину наибольшего отрезка, принадлежащего этому многограннику.

2. Грани *ABCD* и $A_lB_1C_1D_l$ шестигранника $ABCDA_lB_lC_lD_l$ лежат в параллельных плоскостях. Грань *ABCD* — квадрат со стороной 80, диагонали которого пересекаются в точке *К*. Грань $A_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник со сторонами $A_1B_1 = 40$ и $A_1D_1 = 8$, его диагонали пересекаются в точке М. Отрезок *КМ* равен 15 и лежит на прямой, перпендикулярной плоскости грани *ABCD.*

Определите:

а) площадь полной поверхности многогранника;

б) длины ребер, не лежащих в плоскостях данного квадрата и данного прямоугольника;

в) имеют ли прямые AA_1 BB_1 CC_1 DD_1 одну общую точку.

3. Дан шестигранник $ABCDA_lB_lC_lD_1$ у которого грань *ABCD* — ромб со стороной 6, угол *BAD* равен 60°. Ребра AA_1 BB_1 CC_1, DD_1 перпендикулярны плоскости *ABC,* причем $AA_1 = 7$, $BB_1 = 6$, $CC_1 = 5$. Найдите:

а) длины остальных ребер;

б) угол между плоскостью *ABC* и прямой A_1C_1,

в) угол между плоскостями *ABC* и $A_1B_1C_1$;

г) самую большую диагональ шестигранника.

Вариант 2

1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 6 проведено сечение через середины ребер CC_1,*AB* и *AD,* разделившее куб на два многогранника. Для каждого из них найдите количество вершин, ребер, граней и диагоналей. Для многогранника, содержащего вершину *A,* найдите длину наибольшего отрезка, принадлежащего этому многограннику.

2. Грани *ABCD* и $A_1B_1C_1D_1$ шестигранника $ABCDA_lB_lC_lD_l$ лежат в параллельных плоскостях. Грань *ABCD* — квадрат со стороной 10, диагонали которого пересекаются в точке *К*. Грань $A_lB_lC_lD_l$ — прямоугольник со сторонами $A_1B_1 = 28$, $A_1D_1 = 20$, его

диагонали пересекаются в точке M. Отрезок KM равен 12 и лежит на прямой, перпендикулярной плоскости грани $ABCD$.

Определите:

а) площадь полной поверхности многогранника;

б) длины ребер, не лежащих в плоскостях данного квадрата и данного прямоугольника;

в) имеют ли прямые AA_1 BB_1, CC_1 DD_1 одну общую точку.

3. Дан многогранник $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с восемью вершинами. Грань $ABCD$ — квадрат со стороной 6, ребра AA_1, BB_1 CC_1 DD_1 перпендикулярны плоскости квадрата и лежат по одну сторону от нее, причем $AA_1 = 9$, $BB_1 = 7$, $CC_X = 5$, $DD_X = 7$.

Найдите:

а) количество граней данного многогранника;

б) длины остальных ребер;

в) угол между плоскостями ABC и $A_1B_1C_1$;

г) наибольшую диагональ многогранника.

Контрольная работа №6

Вариант 1

1. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ угол AB_1C равен α. Найдите площадь основания, если высота призмы равна h.

2. Все грани параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_11$ — ромбы со стороной a. Все углы, принадлежащие граням с вершиной A, равны 60°. Найдите высоту параллелепипеда и расстояние между боковыми противоположными гранями.

3. В правильную шестиугольную призму с ребром основания 4 можно вписать шар. Найдите радиус шара, описанного около этой призмы.

Вариант 2

1. Основание прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — ромб с острым углом α. Прямая BC_1 составляет с плоскостью DC_lD_l угол β. Найдите длину ребра основания, если длина бокового ребра равна a.

2. В треугольной призме $ABCA_lB_lC_l$ основание ABC — правильный треугольник со стороной a. Грани ACC_1A_1 и CC_1B_1B — ромбы с острым углом α при вершине C. Найдите высоту призмы.

3. В правильную шестиугольную призму с боковым ребром 6 можно вписать шар. Найдите радиус шара, описанного около этой призмы.

Контрольная работа №7

Вариант 1

1. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен α, а высота равна h. Найдите сторону основания.

2. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ проведено сечение через середины ребер AD, AB и МС. В каком отношении это сечение делит высоту пирамиды MO, считая от М?

3. Найдите радиус шара, описанного около правильной усеченной четырехугольной пирамиды с боковым ребром $b\sqrt{2}$ и ребрами оснований b и $2b$.

Вариант 2

1. В правильной четырехугольной пирамиде плоский угол при вершине равен α, а высота равна h. Найдите сторону основания.

2. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ проведено сечение через середины ребер AC, AB и MB. В каком отношении это сечение делит высоту пирамиды MO, считая от М?

3. Найдите радиус шара, вписанного в правильную усеченную четырехугольную пирамиду с ребрами оснований $2b$ и $8b$.

Контрольная работа №8

Вариант 1

1. Основанием пирамиды $MABC$ служит треугольник ABC, у которого $AB = AC = a$ и $\angle BAC = \beta$. Найдите высоту пирамиды, если:

а) все боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60°;

б) все двугранные углы пирамиды при ребрах ее основания равны 45°;

в) грани MAC и MAB перпендикулярны плоскости основания, а двугранный угол при ребре BC равен α;

г) грань MAC — равнобедренный треугольник с углом 120°, а плоскость этой грани перпендикулярна основанию пирамиды.

2. Найдите площадь поверхности и объем правильного октаэдра, если радиус описанного около него шара равен 4.

3. В тетраэдре $DABC$ все плоские углы при вершине — прямые. Известно, что $DA = 3$, $DB = 4$, $DC = 5$. Найдите:

а) объем тетраэдра;

б) угол между прямыми AB и DC;

в) расстояние между ребрами AB и DC.

Вариант 2

1. Основанием пирамиды $MABC$ служит треугольник ABC, у которого $AB = AC$, $BC = a$, $\angle ACB = \beta$. Найдите высоту пирамиды, если:

а) все боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 45°;

б) все двугранные углы пирамиды при ребрах ее основания равны 60°;

в) грани MAC и MAB перпендикулярны плоскости основания, а двугранный угол при ребре BC равен 30°;

г) грань MAC — равнобедренный треугольник с углом β между равными сторонами, а плоскость этой грани перпендикулярна основанию пирамиды.

2. Найдите площадь поверхности и объем правильного октаэдра, если радиус вписанного в него шара равен 6.

3. В тетраэдре $DABC$ все плоские углы при вершине D — прямые. Известно, что $DA = 12$, $DB = 4$, $DC = 5$. Найдите:

а) объем тетраэдра;

б) угол между прямыми AC и DB;

в) расстояние между ребрами АС и DB.

Контрольная работа №9

Вариант 1

1. Пусть $A(-3;\ 2;\ 5)$. Найдите образ точки А при:

а) симметрии относительно начала координат;

б) симметрии относительно плоскости zOy;

в) повороте на 90° относительно оси Ox;

г) параллельном переносе на вектор $\{-1;\ 2;\ -3\}$;

д) симметрии относительно точки (1; 2; 0).

2. Докажите, что композиция двух симметрии: сначала относительно плоскости $z = 0$, а затем относительно плоскости $x = 0$, есть поворот пространства. Найдите ось и угол поворота.

3. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Движение f таково, что $f(A) = D_1$ $f(A_1) = C_1$ $f(D) = D$, $f(B) = A_1$ Найдите образы остальных вершин куба.

4. Правильную четырехугольную пирамиду *MABCD* повернули вокруг высоты MO на угол 45°. Какой процент объема пирамиды составляет объем фигуры, полученной при пересечении образа и прообраза этого поворота?

Вариант 2

1. Пусть $A(3;$ -7; 1). Найдите образ точки А при:

а) симметрии относительно начала координат;

б) симметрии относительно плоскости $xOy;$

в) повороте на 90° относительно оси $Oy;$

г) параллельном переносе на вектор {-2; 1; -3};

д) симметрии относительно точки (1; 2; 0).

2. Докажите, что композиция двух симметрии сначала относительно плоскости $z = 0$, а затем относительно плоскости $z = -3$ есть параллельный перенос. Найдите координаты вектора переноса и напишите уравнение какой-нибудь его неподвижной плоскости.

3. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Движение f таково, что $f(D_1) = A$, $f(C_1) = A_1$ $f(D) = D$, $f(A_1) =$ B. Найдите образы остальных вершин куба.

4. Правильную треугольную призму повернули вокруг ее бокового ребра на угол 30°. Какой процент объема призмы составляет объем фигуры, полученной при пересечении образа и прообраза этого поворота?

5.

Контрольная работа №10

Вариант 1

1. В трапеции *ABCD* с основаниями *BC* и *AD* диагонали пересекаются в точке О. Известно, что площади треугольников *OBC* и *OAD* равны соответственно S_1 и S_2. Найдите площадь трапеции.

2. Высота конуса разделена в отношении $3:4:3$, и через точки деления проведены сечения, параллельные основанию. Объем части конуса, заключенной между плоскостями сечения, равен $\boldsymbol{V}$. Найдите объем конуса.

3. Около шара, радиус которого равен *R*, описан конус. Найдите образующую, при которой объем конуса будет наименьшим?

Вариант 2

1. Высота треугольника разделена в отношении $3:4:3$. Через точки деления проведены прямые, параллельные основанию треугольника. Площадь части треугольника, заключенной между этими прямыми, равна S. Найдите площадь треугольника.

2. В усеченном конусе точка пересечения диагоналей осевого сечения является вершиной двух конусов, основаниями которых служат верхнее и нижнее основания данного усеченного конуса. Объемы этих конусов равны V_1 *и* V_2**.** Найдите объем усеченного конуса.

3. В конус вписан шар. Для какого значения угла при вершине осевого сечения конуса отношение объема шара к объему конуса является наибольшим? Найдите это отношение

4.

Контрольная работа №11

Вариант 1

1. Основание конуса лежит в плоскости а. Этой плоскости касается шар радиуса *R* (шар и конус расположены по одну сторону от плоскости). Высота конуса равна диаметру шара, а их объемы равны. На каком расстоянии от плоскости а надо провести параллельную ей плоскость α, чтобы она пересекала шар и конус по кругам, имеющим одинаковые площади?

2. Вершина прямоугольного параллелепипеда является единственной общей точкой параллелепипеда и плоскости φ. Ребра параллелепипеда, выходящие из этой вершины, образуют с плоскостью φ углы α, β и γ.

Докажите, что $\sin^2 \boldsymbol{\alpha} + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$.

3. Все двугранные углы при ребрах основания треугольной пирамиды равны 60°. Длины ребер одной из боковых граней равны $\mathbf{2}\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ и 3, причем большее из них является катетом прямоугольного треугольника, лежащего в основании пирамиды. Найдите объем пирамиды и площадь ее боковой поверхности.

4. Дана правильная четырехугольная пирамида *MABCD,* причем ABCD — ее основание. Через середины ребер AB, BC и *BM* проведена плоскость, разбивающая пирамиду на два многогранника, в каждый из которых можно вписать шар. Найдите отношение радиусов этих шаров.

Вариант 2

1. Шар радиуса $\sqrt{3}$ и цилиндр имеют одинаковые объемы, а ось цилиндра совпадает с диаметром шара. Найдите кратчайшее расстояние между двумя линиями пересечения поверхности шара и боковой поверхности цилиндра.

2. Вершина А куба — единственная общая точка куба с плоскостью φ. Три грани куба, содержащие вершину А, составляют с плоскостью φ углы α, β и γ. Докажите, что

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = \mathbf{2}.$$

3. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник с боковой стороной **2.** Каждое боковое ребро пирамиды составляет с плоскостью основания угол 60°. Найдите объем и площадь боковой поверхности пирамиды, если высота пирамиды равна $\mathbf{2}\sqrt{3}$ **.**

4. В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит ромб *ABCD.* Через середины ребер AB, AD и AA_1 проходит плоскость, разбивающая призму на два многогранника, в каждый из которых можно вписать шар. Чему равно отношение радиусов этих шаров?

Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение

Наименование	Количество
Оборудование	
Компьютер	4
Интерактивная доска	1
Проектор	3
Экран	3
Наглядный материал	
Призма	8
Пирамида	12
Параллелепипед	16
Угольник	16
Линейка	8
Транспортир	12
Циркуль	12
Магнитная доска	4
Набор инструментов	4
Комплекты стереометрических тел	1
Набор моделей для лабораторных работ по стереометрии	1
Набор штампов геометрических фигур	1
Таблицы	
Вектор	3 комплекта
Треугольник и его элементы	3 комплекта
Аксиомы стереометрии	2 комплекта
Графики функции	3 комплекта
Таблицы по математике для 10-11 класса	20
Дидактичекий и раздаточный материал	
Дидактические материалы по геометрии 8-11 классы (с углубленным изучением математики»/Л.И. Звавич – М. «Дрофа»	12
Дидактические материалы по геометрии 10 класс/Б.Г. Зив – М. «Интеллект-центр»	8
Дидактические материалы по геометрии 11 класс/Б.Г. Зив – М. «Интеллект-центр»	4
Дидактические материалы по алгебре 10 класс/Б.Г. Зив – С-Петербург «Петроглиф»	2
Дидактические материалы по алгебре и началам анализа 8-11 класс (с углубленным изучением математики) /Л.И. Звавич – М. «Просвещение»	1
Дидактические материалы по геометрии 11 класс/В.И. Рыжик– М. «Просвещение»	14
Задания по алгебре и математическому анализу/ О.Н. Доброва – М. «Просвещение»	11
ЦОР	
Уроки алгебры 10-11 класс	1
Уроки геометрии 10 класс	1
Уроки геометрии 11 класс	1
Московская цифротека-школьный стандарт	7